

水圧式波高信号の表面波変換と補正上限周波数特性

金 成 誠 一*

1. はじめに

水圧式波高計の圧力センサー出力信号を表面波に変換するには、圧力波の深度補正を必要とすることは良く知られていることである。しかし、深度補正関数が周波数(または波数)とともに関数値が急増するという性質のために、単純に補正を実行すると高周波側で過剰補正となり、変換された波は高周波雑音を多く含んだ波形となりやすい。こうした過剰補正を抑制するには、高周波域の適当な周波数(ここでは上限周波数と名づける)以上で圧力応答関数による補正を抑制する必要がある。たまたま日本海沿岸 B 港の波浪観測データの解析の機会が与えられたので、この解析に供する目的で、上記の上限周波数の最適値の決定にかかわる変換手法を開発した。この方法では、補正関数算出の際に必要な波数計算に、新たな計算アルゴリズムを採用した。この中で、逐次法による上限周波数決定を試みた。この手法を実際のデータに適用した結果、期待以上の成果を得ることができ、さらに、上限周波数が深度に密接に関係していることが明らかになったので、それらの結果をまとめて以下に報告する。

2. 水圧一表面波変換の基礎概念

水深 s 、振幅 a 、角周波数および角波数がそれぞれ σ, k の表面波の位置 x 、時刻 t における波高を $\eta(x, t)$ とするとき、この波は

$$\eta(x, t) = a \sin(kx - \sigma t + \theta) \quad (1)$$

で表される。ここに、 θ は波の位相角である。この波による水圧変動 $p(x, z, t)$ は、水の密度を ρ 、重力の加速度を g とすると

$$p(x, z, t) = \rho g a \frac{\cosh(k[h+z])}{\cosh(kh)} \sin(kx - \sigma t + \theta) \quad (2)$$

で与えられる。(1)、(2)式から、 $\eta(x, t)$ と $p(x, z, t)$ の

関係を求めると次式が得られる。

$$\eta(x, t) = p(x, z, t) / \rho g K_p(z) \quad (3)$$

ただし、

$$K_p(z) = \frac{\cosh(k[k+z])}{\cosh(kh)} \quad (4)$$

である。(3)式は、水圧から表面波に変換するための基本式で、例えば、海底設置型の水圧計で波を計測した場合、設置深度を $z = -h$ とすると、(3)式は

$$\eta(x, t) = p(x, -h, t) / K_p(-h)$$

となり、圧力計センサー出力 $p(x, -h, t)$ に $[K_p(-h)]^{-1}$ を掛け算することにより、表面波 $\eta(x, t)$ が得られることを示している。このことから、 $[K_p(z)]^{-1}$ を圧力補正関数あるいは、水圧伝達関数と呼んでいる。

3. 補正関数 $K_p(-h)$ の計算

ここでは、海底設置型の水圧式波高計の場合に問題を限定する。この場合、補正関数 $[K_p(-h)]^{-1} = \cosh(kh)$ は(4)式から明らかのように、波数 k の関数となっている。したがって、 $K_p(-h)$ を評価するには、あらかじめ波数 k を波の分散式を用いて求めておかなければならない。一般に、波の分散式は波の振動数を σ として

$$\sigma^2 = gk \tanh(kh) \quad (5)$$

で与えられ、これは、波数 k と周波数 σ の関係を与えるものである。(5)を使って与えられた周波数 σ に対する波数 k を求めるのであるが、(5)式は波数 k について解ける形の関数ではないので、ここでは Hunt (1979) の関数展開式を利用する。これによると、 $y = \frac{\sigma^2}{g} h$ とおくことにより、波数 k は次式で求められる。

$$k^2 = y^2 + \frac{y}{1 + \sum_{n=1}^6 d_n y^n} \quad (6)$$

* 立正大学地球環境科学部

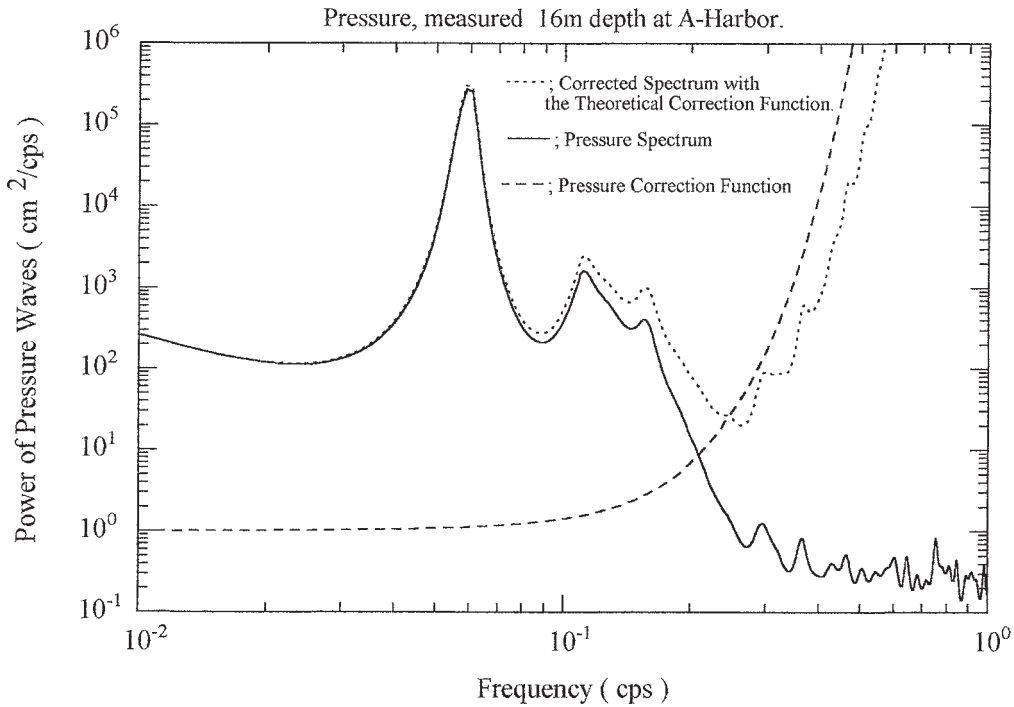


Fig. 1. 水圧式波高計の波高スペクトルと伝達関数の理論値による補正。

ただし、 d_n は多項式展開の係数で $n = 1 \sim 6$ に対し、

$$\begin{aligned} d_1 &= 0.6666 \\ d_2 &= 0.3555 \\ d_3 &= 0.1608465608 \\ d_4 &= 0.0632098765 \\ d_5 &= 0.0217540484 \\ d_6 &= 0.0065407983 \end{aligned}$$

で与えられる。

この関数は $n = 6$ の 6 次展開で近似されたものであるが、 $y = 0 \sim \infty$ 対し 0.1%、 $n = 9$ の場合は 0.01% の精度で波数が計算できる。

計測される波は多数の周波数 (したがって波数) の単弦波の和からなっていると考えられるので、上記の圧力補正は含まれるすべての周波数 (波数) の波について実行する必要がある。そのために、補正は周波数スペクトル空間で行い、しかる後に時系列に変換するという手順になる。ここでは、FFT によるスペクトル上で補正を実行し、その後、FFT によるフーリエ逆変換により表面波時系列に変換した。なお、本研究で用いた波浪データは、各地点で計測されたそれぞれの波浪計の 1 パースト分で、いづれもサンプル時間間隔は 0.5 秒、1 パースト 20 分間のデータである。FFT にはその内の 2048 個のデータを切り出したものを用いた。データ取得に用いた波高計は、太平洋沿岸 C 地点沖以外はすべて K 社の超

音波式波高計で水圧センサー付のもの、また、C 地点沖では、K 社の超音波波高計とアレック電子(株)の圧力式波高計である。

4. 上限周波数 F_b の決定

補正関数 $[K_p(-h)]^{-1}$ は、高波数側で値が急激に増大する性質を持っているために、理論式をそのまま当てはめて補正をすると、高周波域では過剰補正になり、具合が悪い。Fig. 1 は太平洋沿岸 A 港外の水深 16m の地点で計測された水圧式波高計信号時系列に対し、補正なしでスペクトルを求めたもの (実線) であるが、高周波側で水圧信号のパワーが大幅に減衰しているのが認められる。破線で示した滑らかな右上がり曲線は(4)式の逆数で与えられる理論伝達関数であるが、この伝達関数をそのまま適用して圧力補正を行うと、点線で示すようなスペクトルとなり、明らかに 0.3cps 近傍より高い周波数で補正過剰となってしまうことがわかる。

こうした過剰補正を回避する目的で、提案された方法がいくつかあり、その代表的なものに Hsiang et al. (1986), Hashimoto et al. (1992) 等がある。前者の方法は、周波数領域での伝達関数を Fourier 級数に展開し、実測波に最も良くヒットするように係数を決めるというものである。また、Hashimoto らの方法は、波の実測伝達関数が、ある周波数よりも高周波側で特性が理

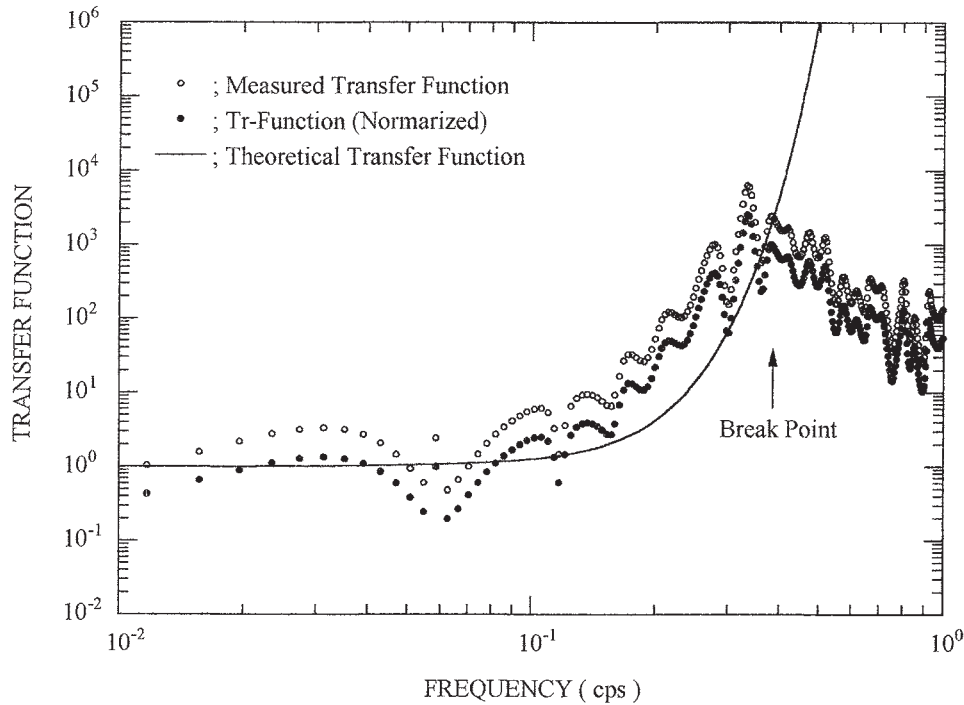


Fig. 2. 達関数の実測値 (丸印) と理論値 (実線) の比較。低周波側では実測値はほぼ理論曲線に近いが、Break Point 近傍から高周波側で理論値と実測値の解離が大きくなる。

論伝達関数から外れて頭打ちになるという特徴 (Fig. 2) に着目し、ある上限周波数 (ここでは伝達関数の Break Point の周波数という意味で F_b と呼ぶ) F_b よりも高周波域では伝達関数を一定とし、 F_b を用いて作られた実測スペクトルの近似式と実測スペクトルとの差が最小になるように F_b を決めるといものである。

本論文では、 F_b よりも高周波側で伝達関数を一定値に固定するという点は、Hashimoto 等の方法と同じであるが、 F_b の決定の仕方が少し異なっている。すなわち、本論文で用いた方法は、同時測定された超音波波高計の水位時系列と、圧力補正した水圧波による水位時系列との差を直接比較しその誤差 (水位振幅の 2 乗平均誤差) が最小になるような F_b を逐次的に求めるといものである。具体的には、 F_b 値のサーチ範囲を 0.2~0.35 cps とあらかじめ決めておき、 F_b 値を 0.2cps から 0.0125 きざみで変化させ、それぞれの F_b に対する変換波と超音波波高計の表面波とを直接比較し、振幅の 2 乗平均誤差を計算する。この 2 乗平均誤差が最小になっている F_b を最終 F_b 値として採用する。この一連の過程で求められた 2 乗平均誤差と F_b 値の関係の一例を Fig. 3 に示す。縦軸は 2 乗平均誤差、横軸は周波数で、この例では、0.30cps のところで 2 乗平均誤差が最小値を示している。したがって、この例では 0.30cps が F_b の最適値となる。このときの平均 2 乗誤差は、平均 0.05cm のオー

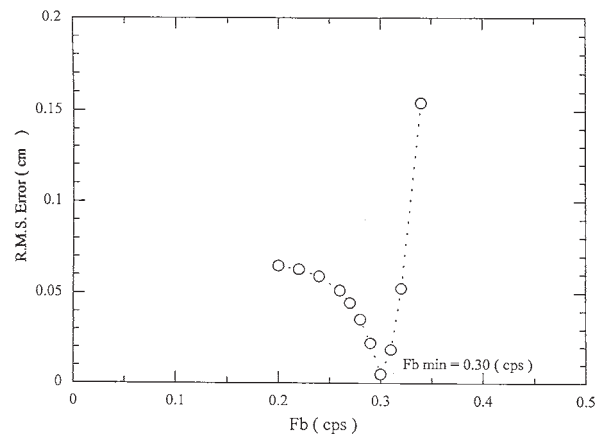


Fig. 3. 上限周波数 F_b と振幅の 2 乗平均誤差の関係。最適 F_b 値は 2 乗平均誤差が最小となっている点の周波数として決定される。図中の $F_{b\min}$ は誤差が最小になる F_b の意味である。

ダーで変換波と超音波波高が一致していることを示している。

5. 変換結果

本論文で用いた方法を前出の A 港外の例に適用したものを Fig. 4 に示す。この例では、 F_b が 0.25cps の場合で、補正伝達関数は点線で示したように、0.25cps より低い周波数では理論曲線をそのまま使い、0.25cps より高周波域では、その点の値を水平に延長した形の補正

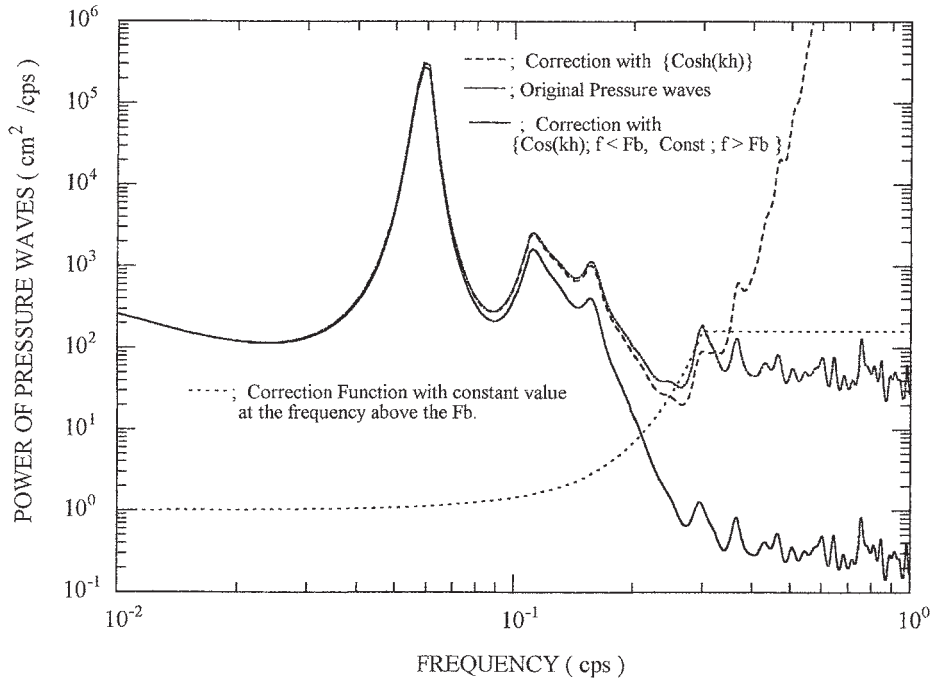


Fig. 4. F_b より高周波側で伝達関数を一定にして補正されたスペクトル (一点鎖線)。そのほかは Fig. 1 と同じ。

曲線となっている。実線のスペクトルは補正前のもので、実線と破線は Fig. 1 に示したものと同一である。一点鎖線は、 F_b を使った伝達関数によって補正したスペクトルで、明らかに高周波側での過剰補正は回避されており、このスペクトルは同時に計測された超音波式波高計のスペクトルと極めて良く一致している。Fig. 5 の(a)は、超音波波高計と同じ位置に設置された水圧式波高計の圧力信号をそのまま水位に換算した時系列で、波形は、超音波波高計による波形(b)に比べ、高周波成分が減衰した滑らかな波形になっていることがわかる。いづれも、縦軸は水位振幅 (cm) で、横軸は0.5秒毎にサンプルされたデータの番号で表してある。したがって、横軸の数値の半分が秒単位の時間である。上記の伝達関数によって補正した表面波時系列を超音波波高計の時系列と比較したものを Fig. 6 に示す。Fig. 6 (a)は超音波波高計時系列、また Fig. 6 (b)は伝達関数補正を行った後、Fourier 逆変換して求めた水圧式波高計による波形である。上記の方法で変換された表面波は、超音波波高計の波形と見分けがつかないほど良好であることがわかる。

A 港外の波 (水深16m) の例をもとに、同様な方法を日本海沿岸 B 港の水深17m、10.9m、9.6m、および5.0m の4地点、さらに、太平洋沿岸 C 地点沖水深23m で計測したデータに適用した。ただし、C 地点沖の観測では、圧力計と超音波波高計の設置位置がやや離れた位置であっ

た。各地点のいずれの場合でも、超音波波形との誤差が最小になる F_b を求めたところ、 F_b が水深によって変わることが見出された。得られた F_b 値と水深 (設置深度) の値は Table 1 に示したとおりである。この関係をグラフにしたものを Fig. 7 に示す。

Table 1. F_b と深度の関係

Depth (m)	F_b (cps)	Location
5.0	0.35	B
9.6	0.297	B
10.9	0.278	B
16.0	0.25	A
17.0	0.23	B
23.0	0.17	C

Fig. 7 の横軸は波高計設置深度、縦軸は決定された F_b 値である。点線で示した直線はこれ等のデータ点を深度の一次関数と見たときの直線で、 F_b が深度と直線関係にあることが示唆される。設置深度を $D(m)$ とすると、

$$F_b = 0.39 - 0.0094D \dots\dots\dots (4)$$

が F_b と D の関係である。

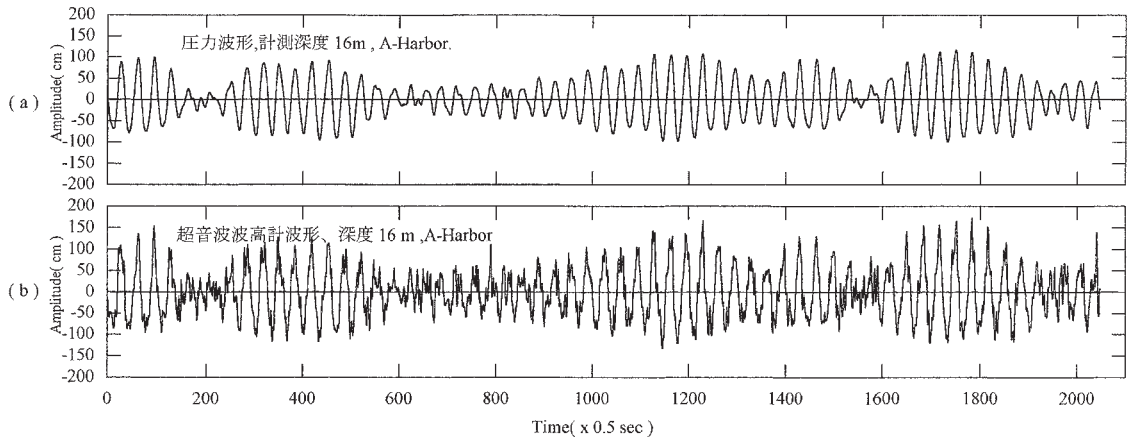


Fig. 5. 水圧のオリジナル波形(a)と超音波波高計による表面波波形(b).

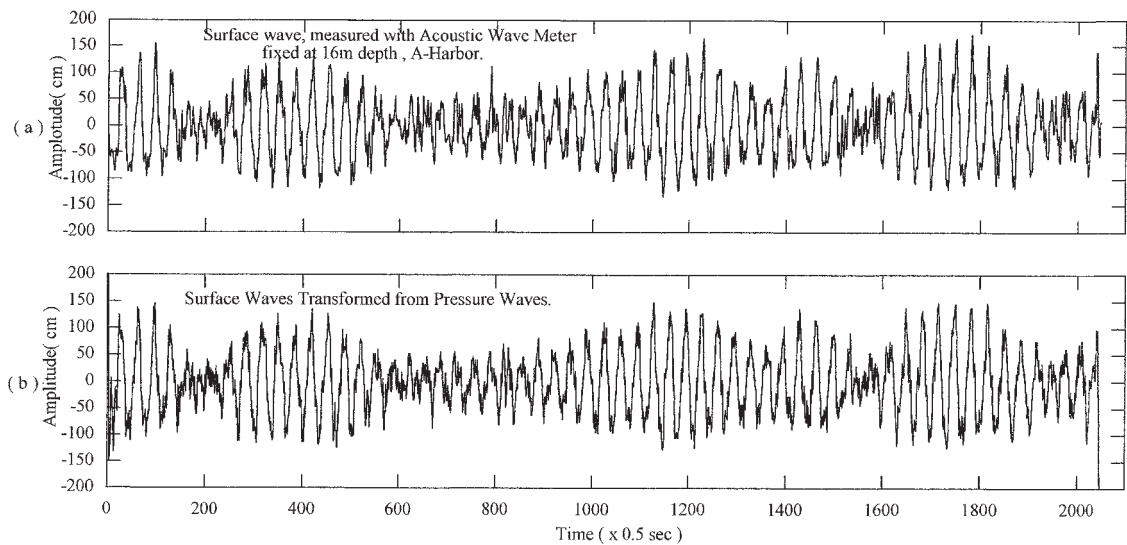


Fig. 6. 決定された Fb による伝達関数で補正した圧力式波高計による表面波時系列波形(b)と超音波波高計の波形(a)の比較。データはいづれも0.5秒間隔、データ数は2048個。

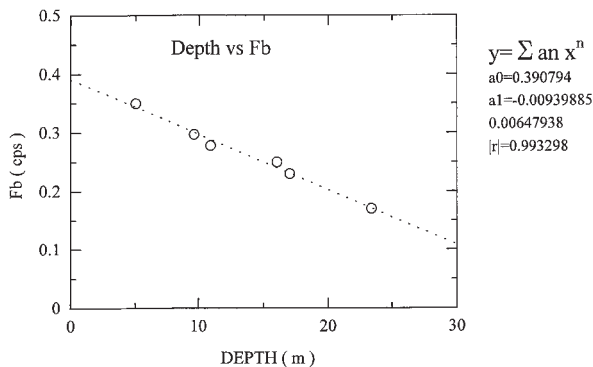


Fig. 7. 異なる深度の計測地点で決定された Fb の深度依存関係。

6. 上限周波数の深度依存性にたいする考察

水圧信号の深さによる減衰は補正関数で補正され、深度依存関係はこれで完結する筈である。したがって、補正を行うべき周波数の上限は、波高計の機種が変わらない限り、一度決めた上限周波数は深度に無関係な筈であるしかしながら、各地、各深度の波浪データについて最適上限周波数を決めたところ、深度と密接な関係があることが見出された。この上限周波数の深度依存性は、上限周波数決定の際に、超音波波高計を基準としていることに原因がある。すなわち、超音波波高計の計測値は深さに依存しないという暗黙の仮定をして上深度限周波数の決定をしているが、実際には、超音波波高計の高周波特性は計測によって若干変わることを意味している。超音波波高計のビーム角が一定であれば、海面のターゲット

ト面積が深度に応じて変化する。波高は、ターゲット面積上の平均波高値として計測されるので、深度が大きい（ターゲット面積が大きい）と、より長波長の波が平均化されてしまうことになる。つまり、超音波波高計は、計測深度が大きくなると、高周波分解能が低下するということである。したがって、このような波高計に合わせて上限周波数を決めると、その値は、深度が増すにつれて低周波側にずれる筈である。

超音波波高計のビームの片側半値幅を $\frac{\varphi}{2}$ 、波高計設置深度を h とすると、超音波ビーム（ビームの断面は円と仮定する）が海面を切り取る面積の半径は $h \tan(\frac{\varphi}{2})$ で与えられる。この円形の領域から反射された音波によって海面までの高さを計測したものが超音波波高であるから、この円内に一波長以上の波が含まれている短波長波は、いわば平均化されて計測されないことになる。この計測されない波の最大波長は

$$\lambda_{\max} = 2h \tan(\frac{\varphi}{2})$$

である。この波長に対応する波の周波数を σ_{\max} とすると、 $h \gg \lambda_{\max}$ ならば分散式から

$$\begin{aligned} \sigma_{\max}^2 &= g \left(\frac{2\pi}{\lambda_{\max}} \right) \tanh \left(\frac{2\pi h}{\lambda_{\max}} \right) \\ &\simeq \frac{2\pi g}{\lambda_{\max}} \end{aligned}$$

となる。おそらく Fb は σ_{\max} に関係している筈なので、便宜的に

$$Fb = \frac{1}{2\pi} \beta \sigma_{\max}$$

と仮定する。ただし、 β は比例定数である。したがって、

$$Fb = \frac{\sqrt{g\beta}}{\sqrt{2 \tan(\frac{\varphi}{2})}} \sqrt{\frac{1}{h}}$$

となる。ただし、上式では Fb が水深の $-1/2$ 乗で減るのに、(7)では水深に比例して減り、水深への依存性はやや異なるものの、 Fb は水深が増すにつれて低下するという傾向は同じである。このことは、超音波波高計といえども、その高周波の分解能は水深とともに低下し、決して波高観測の標準的な測器とは言い得ないことをものがたっている。

7. むすび

B 港の波浪観測データの解析にあたり、水圧信号から表面波変換の必要にせまられ、新たに、表面波変換方法の開発を行った。

方法の開発に伴って行った波浪データの解析により、 Fb の深度依存関係が示唆され、その定式化を行ったが、まだ計測点数が少なく、どのような場合にもこうした関係が成り立つと言い切るには程遠い。しかし、超音波式波高計は、荒天時の海面気泡の影響や、浮遊物体の影響を受けて欠測が生ずるケースが非常に多い。このことを勘案すると、ほとんど欠測を生じない圧力式波高計の有用性は無視できない。もし、(7)式の関係が確立されれば、設置深度を与えるだけで Fb は表面波変換プログラムの中で自動的に計算され、いちいち超音波波高計との比較をする必要がなくなる。従来は、表面波変換が単に波高に係数を掛けて便宜的に補正するというやり方に頼っていたために、精度の良い結果があまり期待されず、予備的な位置づけになりさがっているというのが水圧式波高計の現状であるが、もし、 Fb の深度依存関係が確定すれば、圧力式波高計単独で超音波式波高計と同等の波高観測が可能になると考えられる。

最後に、本研究で得られた結果をまとめると次のようになる。

1. 圧力補正関数計算の際の波数計算に Hunt の関数展開を採用した。
2. 過剰補正抑制のために補正関数を上限周波数より高周波側で補正値を固定とする方法を用いた。
3. 上限周波数は、同時計測された超音波波高との差が最小になるように逐次法で決定した。
4. 決定された上限周波数は、波高計の設置深度に依存することが見出され、依存関係の定式化を行った。しかし、データ点が少ないので、今後さらに多くの観測データを用いて確認する必要がある。
5. 上限周波数の深度依存性は、超音波波高計の高周波特性が深度によって影響をうけていることと密接に関係している。
6. この変換方法によれば、少なくとも水深20m 以深でも水圧式波高計が超音波波高計と同等に表面波計測が可能と思われる。また、上限周波数の深度依存関係を用いることにより、水圧式単独の計測でも表面波変換が可能である。

参考文献

橋本典明・永井紀彦・菅原一晃・浅井正・久高将信 (1992),
波浪の多方向性と弱非線形性を考慮した水圧波から表面波へ
の換算法について. 海岸工学論文集, 39, 171-175.

Hunt, J. N. (1979), Direct solution of wave dispersion equation, J. Waterways, Ports, Coastal Ocean Div., ASCE, 105, WW4, 457-459.

Robert, G. D., and Robert, A. D. (1984), Water wave mechanics for Engineers and Scientists. Prentice-Hall, Inc., pp. 352.

Wang, H., Lee, D-Y., and Allen, G. (1986), Time series surface-wave recovery from pressure gage. Coastal Eng., 10, 379-393.

Surface Wave Transformation of Pressure Gage Wave Meter Signals and Depth Dependency of the Break Frequency Defined in the Pressure Correction

Sei-ichi KANARI

Faculty of Geo-environmental Science, Rissho University