

吉崎 (2013) : コリオリ力の「ユリイカ」に対するコメント

中 川 清 隆*

キーワード：コリオリ力、コリオリ効果、ユリイカ、初学者

I. はじめに

回転速度 Ω [rad/s] で自転している地球の北緯 Φ [rad] における地表面に対して相対速度 v [m/s] で水平移動する物体は、1 秒後には当初の目的地より方向が右に $\Omega \sin \Phi$ [rad]、距離が右に $v \Omega \sin \Phi$ [m] 偏った地点に到達し、しかもその進行方向は当初の進行方向より $2\Omega \sin \Phi$ [rad] 右に偏ることが知られており、この偏り deflection は発見者の名前にちなんでコリオリ効果 Coriolis effect と呼ばれ、コリオリ効果の原因となる力はコリオリ力 Coriolis force と呼ばれる (American Meteorological Society, 2012)。しかしながら、コリオリ効果とコリオリ力を同等に扱うことも一般的に行われている (American Meteorological Society, 2000)。本稿では、American Meteorological Society (2012) と同様の観点から、コリオリ効果とコリオリ力を区別して使用する。

大気や海洋といった地球回転流体中に生じる諸現象の理解や予測において、地球自転の影響により発生するコリオリ効果やその原因となるコリオリ力は、避けて通れない重要なファクターである。このため、コリオリ効果やその原因となるコリオリ力は、高校地学の教科内容でも必須の項目となっているが、高校物理では扱わない難度の力学的内容を含むためコリオリ効果やコリオリ力の定量的教育は不可能と判断され、平面回転盤を用いた実験によりコリオリ効果やコリオリ力の存在を理解させる指導が行われている (横尾ほか, 1995)。筆者が長年従事してきた教員養成系大学および理学環境系学科における気象教育現場の実情も、物理や地学の十分な履修を卒業要件としない現在の我が国の高校理科教育の極端な科目選択制を反映しており、横尾ほか (1995) の指摘と大差ないのが実情である。

最近、吉崎 (2013) は、初学者向けのコリオリ力の説明方法として、

(1) 定性的な見方

(2) 微分的な見方

(3) 差分的な見方

(4) 角運動量保存則などを用いた物理的な見方

の4通りを提唱し、これらの説明方法のいずれかにより初学者に「ユリイカ」と言わせることができると主張した。吉崎 (2013) は、中村 (2013) および山岸 (2013) に注目され、彼らは吉崎 (2013) とは異なるコリオリ力の説明方法を提唱した。

しかしながら、筆者の長年の経験に基づくと、彼らの提唱する説明方法を教員養成系大学や理学環境系学科に所属する学生に施しても、ほとんどの学生からは「ユリイカ」の声を聴くことは困難と判断される。吉崎 (2013) は、気象学乃至はコリオリ力については初めて接するものの、数学的には微分や差分に関する十分な知識・技術を有し角運動量保存則等の物理法則についても造詣が深い者を初学者と呼んでいるように思われるが、一般的な国語辞典には初学者は採録されておらず、weblio (ウェブリオ株式会社) では、ある科目の基礎を学ぶ初心者とされている。初心者とは、一般的には、習いはじめの人乃至は未熟な者をさす (例えば、大辞林 (三省堂))。これを真の初学者と呼ぶとすると、教員養成系大学や理学環境系学科所属の初年次学生は、明らかに、真の初学者である。

本稿は、教員養成系大学や理学環境系学科所属の初年次学生のような真の初学者にも「ユリイカ」との声を上げさせるコリオリ力の定量的説明法の提唱を試みる。

II. 吉崎 (2013) ・中村 (2013) ・山岸 (2013) の説明方法の概要

吉崎 (2013) が最初にとりあげた(1)定性的な見方は、図1を用いて、回転系の回転の中心を通して慣性系上で等

* 立正大学・地球環境科学部・環境システム学科

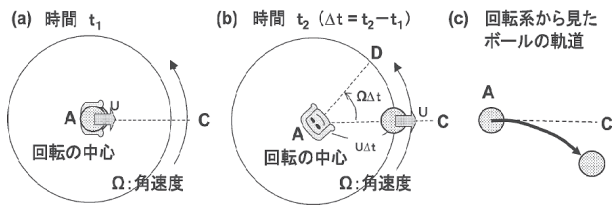


図1 吉崎 (2013) の(1)の方法を説明する吉崎 (2013) の図2 (吉崎, 2013, より)

速円運動をしている物体の軌跡を回転系上の回転中心からみると、右に曲がりながら進行しているように見える、として説明する方法である。これは高校地学の平面回転盤を用いた実験による指導 (横尾ほか, 1995) と同等の方法である。吉崎 (2013) はこの方法を、「直観的にコリオリ力を理解するには役立つが、コリオリ力の定量的な大きさを知ることは困難であり、定量的な議論のためには、式を使う必要がある。」と総括している。吉崎 (2013) は初学者にコリオリ力の定量的な説明に対して「ユリイカ」と叫ばせることを目的としているのであるから、そもそもこの(1)定性的な見方は、対象外の説明方法と位置付けられる。

吉崎 (2013) が次にとりあげた(2)微分的な見方は、この分野本来の伝統的な説明方法である。ニュートン力学における速度や加速度は慣性座標系に対して定義されているので、力と加速度が比例するとするニュートンの運動の第2法則も慣性系で成り立つ法則である。慣性系座標成分の回転系座標成分表示を2階常微分して得られる慣性系座標系における加速度成分の回転系座標成分表示を回転座標系に座標変換すれば、慣性系座標系における加速度成分 (α_x, α_y) の回転系座標成分 ($d^2x'/dt^2, d^2y'/dt^2$) による表示が得られる。

$$\alpha_x = d^2x'/dt^2 - x'\Omega^2 - 2\Omega dy'/dt$$

$$\alpha_y = d^2y'/dt^2 - y'\Omega^2 + 2\Omega dx'/dt$$

ここで、 Ω : 回転座標系の回転速度である。この式における回転座標系成分の2階微分のみを加速度と見なして、

$$d^2x'/dt^2 = \alpha_x + x'\Omega^2 + 2\Omega dy'/dt$$

$$d^2y'/dt^2 = \alpha_y + y'\Omega^2 - 2\Omega dx'/dt$$

とし、真の力以外に、第2項と第3項のみかけの加速度を生み出すみかけの力が同時に作用しているとして処理する時、第2項を遠心力、第3項をコリオリ力と呼んでいる。

上記の連立スカラー方程式やそれと同等のベクトル方程式は、コリオリ定理 Coriolis' theorem と呼ばれており、吉崎 (2013) はこの関係式を小倉 (1978) より引用しているが、もともとは1835年に Coriolis により導かれ

たものである (McIntyre, 2000)。コリオリ効果の提唱者自身の説明方法に従っているわけであるから、この説明方法は、コリオリ効果やコリオリ力の説明方法の王道と位置付けられる。

吉崎 (2013) がさらにその次にとりあげた(3)差分的な見方は、吉崎・野田 (2013) の基礎編を引用している。同書「A.2.6コリオリ力」の執筆者は同氏自身であるから、本方法が同氏の最も好む説明方法と推測され、同氏の HP (http://es.ris.ac.jp/~yoshizaki/lecture/2013_1st/SynopticMet/5th_20130514.pdf) において詳細な授業資料が公開されている。

図2のように、回転速度 Ω [rad/s] の回転系の回転中心を通過して慣性系上を速度 U [m/s] で等速直線運動する物体の軌跡を、回転の中心とは異なる点Bを原点とし回転方向を x 軸、回転の中心方向を y 軸とする回転座標系において観察する。回転の中心を通過する Δt 秒前と Δt 秒後の物体の x 軸成分と y 軸成分を見積もり、それらを Δt で除してやって回転の中心通過前後 Δt 秒間のそれぞれの平均速度を求め、更にその2つの平均速度の差を Δt で除すると、加速度ベクトル $(0, -2\Omega U)$ が得られる。

吉崎 (2013) が最後にとりあげた(4)角運動量保存則などを用いた物理的な見方は、我が国の気象学初学者によく読まれている小倉 (1999) をはじめ、内外の気象学の教科書や啓蒙書で頻用されている説明方法である。慣性系で静止している地軸の回りを回転している地球空気塊が、地表面とは異なる地軸の回りの回転速度を持つことにより、地球引力の水平北成分と釣り合わない水平北方向や鉛直方向に成分をもつ余分な遠心力が生じること、および、空気塊の緯度や高度を変化させて地軸からの距離が変化するのに伴って、地軸の回りの角運動量保存則に適応して西風成分が変化することを利用して、コリオリ力の定量的な3次元成分を誘導する方法である。遠心力や角運動量に関する基本的な概念を習得する程度の物理的素養は要求されるものの、微分・積分学やベクトル

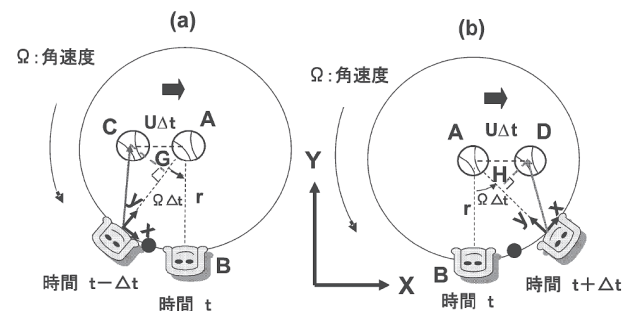


図2 吉崎 (2013) の(3)の方法を説明する吉崎 (2013) の図4 (吉崎, 2013, より)

解析に関する高度な数学的な知識・技術は必須ではないことが、この説明方法が内外の気象学の教科書や啓蒙書で頻用される理由であろう。特に高橋（1968）は小笠原・桜庭（1959）の解説方法を絶賛し、これを大いに普及させたいとしている。

吉崎（2013）は、(1)定性的な見方と(3)差分的な見方においては、回転速度 Ω [rad/s] の平面回転盤の回転中心を通過する物体を取り扱っているのに対して、(2)微分的な見方と(4)角運動量保存則などを用いた物理的な見方においては、平面回転盤は用いず、回転系の回転中心から外れた場所を通過する物体を取り扱っており、明らかに条件設定に差異がある。後二者では回転中心から外れた場所を前提にしているため場の遠心力を考慮せざるを得ないが、前二者では意図的に場の遠心力には言及していない。場の遠心力は、木村（1973）によって提唱された用語で、回転系において物体の運動に関係なく回転の半径方向に生じる慣性力である。

中村（2013）は、吉崎（2013）の図2の解釈に多少の追加をするだけで、定量的にコリオリ力を説明できると主張した。しかしながら、中村（2013）の多少の解釈の追加記載はベクトル解析の手法で表現されたコリオリ定理右辺第2項を説明した形になっており、このような事柄に関する知識・技術の持ち合わせがない真の初学者にはとても「ユリイカ」とはならない説明である。

山岸（2013）は、吉崎（2013）が回転系の回転中心を通過して慣性系に対して等速度運動する物体を回転系から見たらどう見えるかという観点から議論しているのに対して、回転系の回転中心以外の任意の地点で等速直線運動している物体には慣性系から見るとどのような加速度が生じるかという観点からの議論を提案している。山岸（2013）の観点は、回転中心以外の任意の場所で考察するという場面設定は吉崎（2013）より現実的であるが、説明中の論理展開が、中村（2013）と同様に、ベクトル方程式で記載されたコリオリ定理に沿っているため、回転座標系から静止座標系への座標変換やベクトルの外積程度のベクトル解析すらマスターしていない真の初学者にとっては理解困難な説明方法となっており、やはり「ユリイカ」とはならないであろう。

Ⅲ. 著者が実践している説明方法

立正大学地球環境科学部環境システム学科環境気象学分野には筆者を含めて4名の教員が所属しており、同分野で開講されている気象学およびその関連科目総単位数

は40単位を超え他大学に比べて著しく多い。微気象の一部を除いてコリオリ効果を伴わない力学的な気象は存在しえないが、ほとんどの授業では、まずコリオリ力ありきから論理の展開が始まっており、コリオリ効果・コリオリ力とは何か、何故出現するのかといった本質を論じている授業は意外と少ない。

筆者の場合、1年次気象・水文コース必修科目「気象と水の科学」および2年次以降気象分野必修科目「気候・気象学」において、この問題を取り上げている。後者の「気候・気象学」では気象学で主流となっている回転系ベクトル運動方程式を誘導してコリオリ定理を論ずる手順を取っているが、前者の「気象と水の科学」においては、大学初年次教育を意識して、微分・積分・運動方程式は一切使用せずに幾何学的手法のみによるコリオリ効果の説明を行っている。

本節では、筆者が「気象と水の科学」第1回授業で実施している講義内容を、真の初学者にも「ユリイカ」との声を出させることが可能なコリオリ力の説明方法として提唱・記載する。「気象と水の科学」は2013年度から開設された新設科目であり、当該の授業はこれまで2013年4月7日(火)と2014年4月8日(火)に、ほぼ同一の内容で実施された。本節は5小節からなり、第2小節のみは本稿のために新たに起草したが、他の4小節は実際の授業メモに補筆したものである。物理量の単位表示法も高校理科の習慣に合わせた。ただし、吉崎（2013）は平面回転盤の角速度を Ω [rad/s] と表記しているが、筆者の授業では、 Ω [rad/s] は地球の自転速度とし、平面回転盤の角速度は ω [rad/s] と表記して区別する。

Ⅲ-1. 地表面モデルとしての平面回転盤の妥当性

図3は地理緯度が北緯 Φ [rad] の地点を通る地球の子午面断面の概念図である。地球構成物質には地球中心に向かって作用する引力と地軸から垂直外方向に作用する遠心力の合力として重力が作用しその重力に垂直な方向に地表面が形成されるため、地球断面は赤道半径が極半径より約20km 長い楕円形をしている。北緯 Φ [rad] における局所接平面により同地点における地表面が形成されているので、局所鉛直軸は地球中心を通らない。地理緯度 Φ [rad] は赤道および極以外では必ず地心緯度 ϕ [rad] より大きくなり、両者の差は中緯度地方で最大になるものの、地球断面形の離心率は0.0818と小さくて円に近いので、地理緯度 Φ [rad] と地心緯度 ϕ [rad] の差は僅かである。このため、地球の引力や場の遠心力の水平成分を考

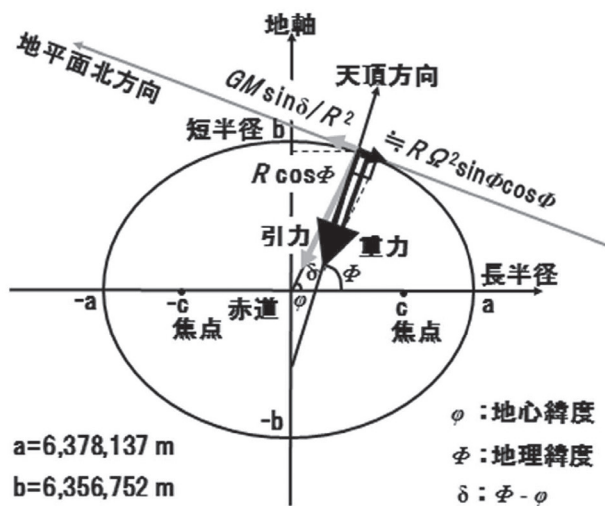


図3 地球の子午面断面形と北緯 Φ における地表面の関係を示す模式図 (筆者原図)

慮する必要があるような場合を除いて、通常的气象を扱う際には、地球断面は半径が一定 R [m] の真円であり、地理緯度 Φ [rad] は地心緯度 ϕ [rad] に等しくて局所鉛直軸は地球中心を通り、重力は地球中心の方向を向くと仮定して理論が構築されている。

北緯 Φ [rad] における地表面上の物質は、地軸から $R \cos \Phi$ [m] の距離を保って等速円運動をしており、その1日当たりの移動距離は $2\pi R \cos \Phi$ [m] である。ここで、 R : 地球の半径 [m]、 π : 円周率 [rad] である。地球を球体とみなすときは一般に赤道半径 6378 km が用いられるが、気象学は有効数字高々3桁の学問なので、極半径や平均半径との区別に拘る必要は殆どない。北緯 Φ [rad] における地平面は、同地点における地球の局所接平面であり、北緯 Φ [rad] の地点の真北 $R/\tan \Phi$ [m] の地点で必ず地軸と交わる。この交点は地球中心から $R/\sin \Phi$ [m] 離れた地軸上の定点であり慣性系上で静止しているため、北緯 Φ [rad] の地点の地表面は北方 $R/\tan \Phi$ [m] の地表面上の定点の回りを常に水平を保ったまま東の方向に等速円運動していることになる。1日の移動距離 $2\pi R \cos \Phi$ [m] を動径距離 $R/\tan \Phi$ [m] で除することにより北緯 Φ [rad] の地点の地表面の1日間の回転角は $2\pi \sin \Phi$ [rad] であることが分かる。したがって、地球の自転速度を Ω [rad/s] とすると、北緯 Φ [rad] の地点の北方 $R/\tan \Phi$ [m] の定点の回りの地表面の鉛直回転速度は $\Omega \sin \Phi$ [rad/s] となる。

松田 (2014) は北緯 Φ [rad] の緯度円を底面とし高さが $R/\sin \Phi$ [m] の直円錐の扇形側面展開図の中心角の大きさを求めることにより、北緯 Φ [rad] の地点の地表面の鉛直回転速度を得る方法を示している。また、木村 (2013) はペーパークラフトで作成された多面体で近似された地

球表面模型のすべての部分地表面に真北を示す方位記号を記した上でこれを緯度線に沿って切り離して平面に並べることにより、地球が自転で1回転する間に方位記号は緯度ごとに異なる回転速度を示すことをビジュアルに示した。木村 (2013) の方法はユニークな方法であるが、松田 (2014) の方法は学校教育の場でもよく用いられる説明方法であり、本稿の発想と通底するところがある。いずれにしても、地表面が鉛直軸回転成分を持っており、その値は $\Omega \sin \Phi$ [rad/s] と表され緯度 Φ [rad] によって異なることを微分・積分を用いずに説明することができる。

地球を半径 R [m] の真球とみなせる場合は、北緯 Φ [rad] の地点の局所鉛直軸は慣性系上で静止している地球中心で地軸と必ず交わるから、北緯 Φ [rad] の地点の地表面は地球中心を通る地表面に平行な南北水平軸の回りを常に R [m] の距離を保ちつつ地表面東側が下がり地表面西側が上がる回転運動をしていることになる。1日の移動距離 $2\pi R \cos \Phi$ [m] を動径距離 R [m] で除することにより北緯 Φ [rad] の地表面の地球中心の回りの1日間の回転角は $2\pi \cos \Phi$ [rad] であることが分かる。したがって、北緯 Φ [rad] の地点の地表面の地球中心を通る地表面に平行な南北水平軸回りの回転速度は $\Omega \cos \Phi$ [rad/s] となり、鉛直回転速度同様、緯度 Φ [rad] により異なる。

以上の事実に基づくと、地表面上の1点は鉛直回転速度 $\Omega \sin \Phi$ [rad/s] で左カーブを切りながら水平回転速度 $\Omega \cos \Phi$ [rad/s] で坂を下っている真東の方向に走行中の自動車に例えることができる。運転席前方の窓から進行方向 (真東方向) 遠方の景色 (星夜) を見れば、景色 (星夜) は視界の左下から右上に移動するように見え、運転席後方の窓から後方 (真西方向) 遠方の景色 (星夜) を見れば、景色 (星夜) は視界の左上から右下に移動するように見える。また、運転席側の横窓から横方向 (真南方向) 遠方の景色 (星夜) を見ても、助手席側の横窓から横方向 (真北方向) 遠方の景色 (星夜) を見ても、ともに景色 (星夜) は視界の左から右に移動するよう見える。この説明により、よく周知された天体の日周運動が、鉛直軸回りおよび南北水平軸回りの地表面の回転に起因していることが容易に理解できるであろう。

ここで得られた2つの回転速度 $\Omega \sin \Phi$ [rad/s] と $\Omega \cos \Phi$ [rad/s] は、北緯 Φ [rad] の地点における地球の自転を表す回転ベクトルの局所鉛直成分と真北方向の局所水平成分である。ベクトル運動方程式を誘導する際には、地球の自転ベクトルを持ち出しその成分分解を行うのが定石であるが、真の初学者に対してそのような講義を実施するためには、事前にベクトル解析等に関する指導を行う

必要がある。本稿のような説明を行えば、そのような事前指導なしで地球自転の影響を認識させることが可能になるものと思料する。

地球断面が楕円の場合、地球の引力の天頂軸方向の成分と地球中心の回りの回転によって生じる遠心力の天頂軸方向成分の合力が地表面上の物体が感じる重力である。重力の方向と地球引力の方向が角度 δ [rad] だけずれていることにより生じる単位質量あたりの地球引力の地表面北向の成分 $GM \sin \delta / R^2$ が北方 $R/\tan \Phi$ [m] の点の回りの円運動による単位質量あたりの場の遠心力 $R\Omega^2 \sin \Phi \cos \Phi$ をキャンセルしているため、我々は北方 $R/\tan \Phi$ [m] の点の回りを等速円運動している地表面に乗っているながら、南北水平方向には全く力を感じない。ここで、 G : 万有引力定数、 M : 地球の質量である。

このような特徴をもつ地表面の回転の効果を体感させるための教具として、平面回転盤がよく利用される。平面回転盤の表面を地表面、平面回転盤の回転の中心を地軸と地平面の交点と見たての向きが多いが、このような見立てによる教具としての平面回転盤の利用には、一つ大きな難点がある。それは、平面回転盤上における回転中心の回りの場の遠心力の存在である。上述のごとく、緯度 Φ [rad] における地表面は確かに北方 $R/\tan \Phi$ [m] に存在する地軸との交点の回りを回転する平面回転盤と見なすことができるものの、地表面では回転中心の回りの回転に起因する場の遠心力は回転の中心方向に作用する地球の引力の水平成分にキャンセルされて作用しないにも関わらず、平面回転盤上では場の遠心力はキャンセルされないことが、最大の難点である。このため、回転の中心以外の平面回転盤上に物体を置いて回転盤を回すと、回転速度が小さい場合には物体は回転盤上に静止したまま回転盤と一緒に回転中心の回りを円運動するが、回転速度がある程度以上大きくなると、物体は回転盤上に静止することができず、回転盤の外に放り出されてしまう。これは、回転盤上に設置された物体と回転盤の間には垂直抗力に比例する静止摩擦力が作用するため、最大静止摩擦力が遠心力を上回っている間は遠心力が静止摩擦力と釣り合ってキャンセルするためである。もし、物体と回転盤の間に摩擦力が一切作用しなかったり、遠心力が最大静止摩擦力を上回っていたりすれば、物体が回転盤上に静止したまま回転盤と一緒に等速回転運動を行うことは不可能である。つまり、摩擦力を介在させないで、地表面と同じ速度で地軸の回りを回転する物体、即ち、気象学で言えば無風の空気塊を平面回転盤上で再現することは不可能である。言い換えると、平面回転盤

の回転中心を地軸と地表面の交点と見立て、平面回転盤をその交点の回りを回転する地表面のモデルと見なすことは不可能である。

回転盤の表面形状を放物面にすれば、遠心力を常に放物面に平行な重力の成分でキャンセルさせることが可能となる。しかしながら、教育現場において、平面回転盤が用いられる例は多いが、放物面回転盤が用いられた事例は見出しがたい。

平面回転盤の回転中心近傍であれば遠心力を事実上無視できるため、平面回転盤の回転中心近傍のみで実際の地平面近傍の現象を近似して再現することは可能である。こう述べると、平面回転盤は北極点や南極点のごく近傍の地表面モデルとしてしか利用できないように受け取られかねないが、地表面の回転運動は地表面と地軸の交点の回りの公転運動と任意の地点の局所鉛直軸の回りの自転運動に分割でき、地表面と地軸の交点の回りの公転運動による場の遠心力は回転の中心方向に作用する地球の引力の水平成分にキャンセルされているため、地表面の回転の影響としては、任意地点の局所鉛直軸の回りの自転の影響のみが有効である。したがって、平面回転盤モデルは、回転中心を地軸と地表面の交点とみなすモデルではなく、回転中心が地球表面上の任意の地点であるとして扱って構わない。

Ⅲ-2. 回転の中心から放出された物体の軌跡

実際の筆者の授業ではこの問題は扱っていないが、吉崎 (2013) が定性的にしか理解できないとする方法で、真の初学者に容易にコリオリ効果やコリオリ力の定量的把握をさせることが出来ることを、本節において示したい。本節では、吉崎 (2013) と同様に、回転盤の角速度を Ω [rad/s] と表す。

図4は、吉崎 (2013) の図2(b)に図2(c)を重ねたものに、更に、点Bと補助線 EF、補助線 GH、点Aと点Bにおける速度ベクトルを補筆したものである。点Bは、 Δt 秒後にボールが到達する場所であり、補助線 EF は点Bにおける接線であり、補助線 GH は点Bにおける速度ベクトルの方向である。観測者がいる回転の中心Aを通過して視線を固定された観測者正面の回転盤外延部Dに向かって一定速度 U [m/s] で通過した物体が、 Δt 秒後に点Bに到達したと仮定している。物体は一定速度 U [m/s] で点Aから離れているので、当然のことながら、AB間およびAD間の距離は、 $U\Delta t$ [m] と表される。点Dは観測者正面の点であり、点Aを通過する際に Δt 後に物体が到

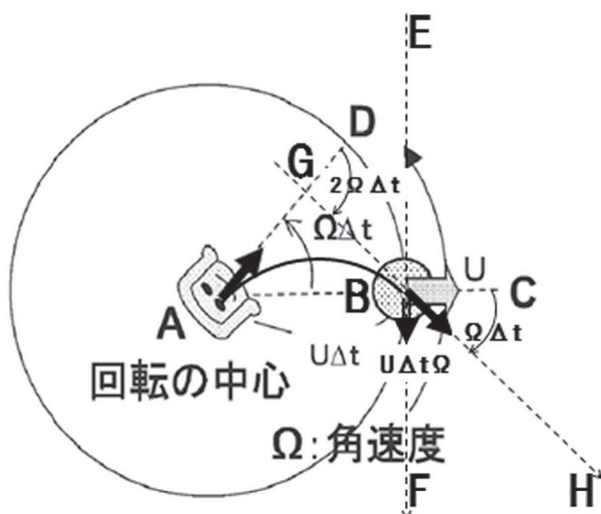


図4 吉崎(2013)の図2(b)上にコリオリ効果の概念を示した図(吉崎, 2013. に加筆)

達すると予測された点である。しかし、実際には、 Δt 後に物体は点 B に到達した。回転盤の角速度が Ω [rad/s] であるから、 $\angle DAC = \Omega \Delta t$ [rad] であり、物体は Δt 秒後に当初の目標から方位角にして $\Omega \Delta t$ [rad]、実距離 $U\Omega (\Delta t)^2$ [m] だけ右にずれた地点に到達する。

物体は点Bにおいても点Aから離れる法線方向、即ち、ベクトル $\vec{AC}$ の方向に $U[\text{m/s}]$ の法線速度を持っているが、これは点Bにおけるこの物体のすべての速度ではない。円盤上の点Bは点Aから $U\Delta t[\text{m}]$ 離れた場所を角速度 $\Omega[\text{rad/s}]$ で点Aの回りを反時計回りに回転しているから、点Bは接線 EF に沿ってベクトル $\vec{FE}$ の方向に $U\Delta t\Omega[\text{m/s}]$ の接線速度を持っている。したがって、回転盤上から見ると、点Bを通過中の物体は、ベクトル $\vec{AC}$ の方向に $U[\text{m/s}]$ の法線速度を持つとともに、ベクトル $\vec{EF}$ の方向に $U\Delta t\Omega[\text{m/s}]$ の接線速度を有していることになる。このため、点Bにおける回転盤に対する物体の速度ベクトルは、図中の点Gから点Hの方向を向いたベクトルであり、法線方向である点Aから点Cの方向とは $\angle\text{GBA}$ だけ偏っている。法線速度 $U[\text{m/s}]$ に法線方向からの角度の偏り $\angle\text{GBA}$ を掛けたものが接線速度 $U\Delta t\Omega[\text{m/s}]$ でなくてはならないので、 $\angle\text{GBA}=\Omega\Delta t[\text{rad}]$ となり、 $\angle\text{DGH}$ は $\angle\text{GAB}=\angle\text{GBA}=\Omega\Delta t[\text{rad}]$ を内対角とする $\triangle\text{ABG}$ の外角なので、 $\angle\text{DGH}=2\Omega\Delta t[\text{rad}]$ である。つまり、一定速度 $U[\text{m/s}]$ で回転の中心から出発した物体の軌跡は $\Delta t[\text{s}]$ 間に右方向に、角度にして $\Omega\Delta t[\text{rad}]$ 、実距離にして $U\Omega(\Delta t)^2[\text{m}]$ 偏り、物体の進行方向は同じ時間にその倍の $2\Omega\Delta t[\text{rad}]$ 偏ることになり、これらの偏りはコリオリの効果と呼ばれている。 $\Delta t[\text{s}]$ 間に $U\Omega(\Delta t)^2[\text{m}]$ のずれを生じさせる一定の力が存在するならば、そ

の力は進行方向右90°の方向に作用し、大きさは $2U\Omega$ [N]でなくてはならない。この力はコリオリ力と呼ばれる。

木村 (1983) 流の言い方をすれば、上述のコリオリ効果は、2つの効果が複合したもので、ともに平面回転盤が角速度 Ω [rad/s] で回転していて、相対速度 U [m/s] で移動している平面物体の運動を平面回転盤上から観察していることにより発生している、とまとめることができる。最初に記した到着地点の方向の偏りは、回転盤の軸回りの回転により観察者の視線が変わったため $\Omega \Delta t$ [rad] の角度の偏りが起こった結果である。後で記述した点 B を通過中に認識される $U \Delta t \Omega$ [m/s] の接線速度は、平面回転盤上で生じた物体の位置の変化、即ち回転座標系の座標成分の変化から認識されたもので、これにより $\Omega \Delta t$ [rad] の進行方向の偏りが起こった。結局、角度の偏りの合計は $2\Omega \Delta t$ [rad] となり、この進行方向の偏り、即ちコリオリ効果を発生させるためには、大きさ $2U\Omega$ [N] の力が進行方向右 90° の方向に作用していなくてはならない、としてコリオリ力の存在が想定される。

本節で記した図4に基づく説明をさらに進めるならば、当該物体の軌跡は円弧軌道を描くことを示すことができ、慣性円や慣性振動の議論に発展させることができるであろう。しかしながら、これはもはや本節の目的をはるかに超える内容なので、本稿ではこれ以上の言及は控える。

本節で論じた幾何学的手法でコリオリ効果の大きさを求め、その効果を生みだす力としてコリオリ力の定量的な表現を導く手順は、本稿独自の考案物ではなく、例えば、McIntosh and Thom (1969) や安田 (1994) と本質的には同じものである。筆者自身が、学生時代から見聞きしたり独自に考案したりした事柄を総合して捻出した授業案である。

以上により、吉崎（2013）が「直観的にコリオリ力を理解するには役立つが、コリオリ力の定量的な大きさを知ることは困難である」とした吉崎（2013）の図2の場合において、コリオリ効果の定量的な大きさを、微分・積分を用いることなく導くことが出来る。また、真の初学者に対して等加速度運動における移動距離の公式を既知とすることが許されるならば、コリオリ力の定量的な大きさも導くことが出来る。この着想に到達した時、かつての自分もそうだったので断言できるが、浮力の原理発見時のアルキメデスのように裸で走り出すか否かは別として、多分「ユリイカ」と叫びたい気持ちになることであろう。つまり、微分・積分学の知識が無いほどの初学者であっても、この「ユリイカ」には到達できる。

本節における物体の運動は、平面回転盤上の実験でも

再現できる。この時、平面回転盤の回転中心を北極点と見立てても構わないし、極点以外の地表面上の任意の地点と見立てても構わない。回転盤の回転中心を通過する物体の回転中心のごく近傍における運動は、現実の地表面上における物体の運動を正確に再現できる。

Ⅲ-3. 向心力および遠心力の幾何学的指導法

Ⅲ-1において、平面回転盤モデルは回転中心を地軸と地表面の交点とみなすモデルではなく、回転中心が地球表面上の任意の地点であるとして扱って構わないことを明らかにし、Ⅲ-2において、回転中心から放出された物体の運動に生じるコリオリ効果とその原因となるコリオリ力を説明した。Ⅲ-2における議論は特定の位置および速度の方向に限定した議論ではないので、微分・積分等の高度な数学的处理をせずにコリオリ効果・コリオリ力に関する定量的表現に対して初学者に「ユリイカ」と言わせることは可能になった。

しかしながら、実際に教員養成系大学や理学環境系学科所属初年次学生に上述の指導を実施してみると、予期通りの成果を得られないことが多い。例えば、回転中心をピンでとめた厚紙で作った簡易平面回転盤において、回転中心を通るように直線定規を当てて厚紙を反時計回りに回転させながら、回転中心から線を描くよう指示すると、指示に反して回転盤の外延部から回転中心に向かって線を描画してその実験結果がおかしいと発言する学生が必ず出てくる。おかしいと主張する根拠には、回転中心に向かって線を引きなのに回転盤に描かれる線は進行方向の右側ではなく左側に偏る、というものが多い。進行方向が偏るにもかかわらず目的地である回転中心には到達することも奇妙に感じるようである。これは回転の中心以外の場所から線の描画を開始した際の回転系から見た描画方向と速度を正確に認識できていないための混乱である。回転中心とは異なる場所から回転中心とは異なる別の場所に向かって線を描画する学生も必ず出てくる。このような事態は、『大部分の教科書では“回転する円板の中心からほうり出されたボールの運動”のモデルを用いているが、読者はこれを理解しても、この円板上の任意点からほうり出された場合を理解することは難しい。』とする高橋（1968）の懸念通りの状況が実際の教育現場では発生し易いことを示唆する。

そこで、筆者の授業では、局所接平面地表面上の回転中心から外れた点から真東方向と真北方向に放出される物体の軌跡の説明を実施している。このような条件でも

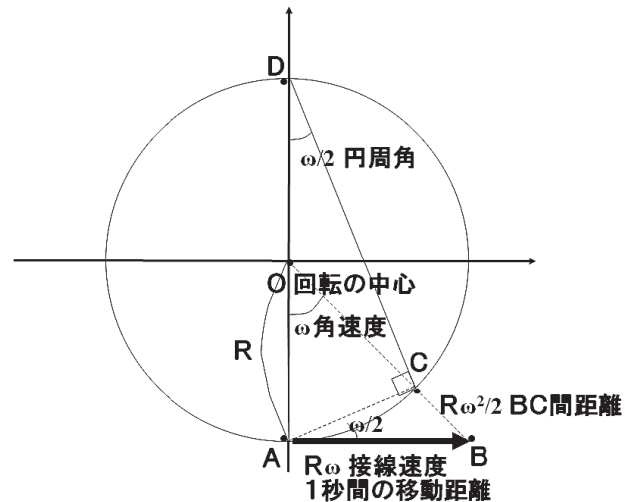


図5 等速円運動における接線速度と遠心力、求心力の関係を示す概念図（筆者原図）

局所接平面地表面上では場の遠心力は作用しないが、平面回転盤上では場の遠心力を無視することは不可能である。このため、平面回転盤を用いた実験的授業の展開は不可能であり、場の遠心力の効果を織り込んだ思考実験を行うしか術はない。本節では、まず、向心力と遠心力の幾何学的説明について記載する。

回転運動している剛体円盤表面の点の軌跡は円になる。図5は、回転の中心Oからの距離がR[m]の点Aに存在する物体が、角速度 ω [rad/s]の等速円運動を行っているときの、接線速度と遠心力および求心力の相互関係を示す概念図である。このような議論を行う場合は、微小時間間隔 Δt における運動を扱うことが一般的であるが、本稿では、式の展開を簡単にするために $\Delta t=1$ 秒と設定した。この方法での議論が有効になるほど、角速度 ω [rad/s]は十分小さいと仮定する。点Aを始点として接線速度ベクトル $\vec{AB}$ を表記すると、接線速度ベクトル $\vec{AB}$ の終点Bは点Aに存在する物体の1秒後の目的地を意味することになる。接線速度の大きさは $R\omega$ [m/s]であるから、点Aと点Bの間の距離は $R\omega$ [m]ということになる。

ところが、剛体の回転運動に従って、実際には1秒後には、点Aは点Bと回転中心Oを結ぶ線分BOと円弧との交点Cに無理なく移動している。点Aと点Cの中心角は回転速度 ω [rad/s]であるから、点Aを一端とする半径の他端を点Dとすると、 $\angle ADC$ は円周角なので $\angle ADC = \omega/2$ [rad]であり、線分ABは点Aにおける接線なので、 $\angle BAC = \omega/2$ [rad]である。従って、線分BCの長さは、線分ABの長さ $\times \omega/2$ 、即ち、 $R\omega^2/2$ [m]となる。

回転していない慣性系から見ると、点Aにあって1秒後に点Bを目指していた物体は回転中心方向に向かって

加速されたため 1 秒後には当初目指していた点 B ではなく、回転中心方向に距離 $R\omega^2/2$ [m] 偏った点 C に到達したように見える。この時の加速度が一定であれば、等加速度運動により 1 秒間に移動した距離が $R\omega^2/2$ [m] なのだから、加速度の大きさは $R\omega^2$ [m/s²] ということになる。この加速度を生じさせる力を、我々は求 (向) 心力と呼ぶ。

一方、回転している円盤表面から見ると、当初点 A にあって 1 秒後に点 C に移動してきた物体は、1 秒前には点 B を目指していたのだから、そのまま点 B を目指す運動を継続させようとする慣性力がベクトル $\vec{CB}$ の方向に働いているように感じる。点 C と点 B の間の距離が $R\omega^2/2$ [m] なのだから、この慣性力による加速度の大きさは $R\omega^2$ [m/s²] でなくてはならない。この力は、遠心力と呼ばれる。遠心力は向心力と逆方向で大きさが等しいことは明白である。

角速度 ω [rad/s] の平面回転盤の回転の中心から R [m] の場所に存在する物体には常に単位質量あたり $R\omega^2$ [N] の遠心力が作用する。北緯 Φ [rad] の地表面も地軸と地表面が交わる真北 $R/\tan\Phi$ [m] の地点を中心に回転速度 $\Omega \sin\Phi$ [rad/s] で回転しているので、平面回転盤を地表面のモデルと見なすことが可能である。従って、緯度 Φ [rad] に存在する物体には、常に単位質量あたり $R\Omega^2 \sin\Phi \cos\Phi$ [N] の場の遠心力が南方向に掛かっていることになる。しかしながら、平面回転盤上では明確に認識できるこの遠心力を、地表面上では認識することができない。それは、地表面が重力に垂直に形成されており、地球の中心との間で作用している単位質量あたりの引力の地表面北方向の成分 $GM \sin\delta / R^2$ [N] と南方向の単位質量あたりの遠心力 $R\Omega^2 \sin\Phi \cos\Phi$ [N] が釣り合い、地表面南北方向の合力がゼロとなっているためである。このため、我々は地表面に位置して北の地平線方向 $R/\tan\Phi$ [m] の点を中心とする回転運動を行っていながら、重力を考慮している限り、場の遠心力の影響を考慮する必要がない。

一方、平面回転盤表面には、回転中心方向に作用する引力の成分などは存在しないので、平面回転盤上の物体は、摩擦が存在しない限りすべて、場の遠心力の影響を受けている。低速回転の場合には、平面回転盤は物体を表面に置いたまま回転運動を続け、あたかも、地表面上の物体と同様に場の遠心力の影響を受けていないように思わせるが、これは、平面回転盤と物体の間に発生する静止摩擦力が場の遠心力と釣り合っているために出現する現象である。このため、場の遠心力が最大静止摩擦力を上回るような高速回転をさせると、物体は場の遠心力

と動摩擦力の合力方向に加速されて平面回転盤上を移動し始める。

Ⅲ-4. 回転方向に速度 u [m/s] で移動する場合

平面回転盤を用いて、回転盤の回転中心を地軸と北緯 Φ [rad] の地表面との交点と見立てて、実際の地表面で生じる現象を実験的に再現することは不可能である。しかし、概念的なモデルの上であれば、前節の求 (向) 心力に関する議論の成果を応用して、回転盤の回転中心以外の地表面から放出された物体の軌跡を議論することは可能である。本節では、回転中心以外の場所から回転方向に放された物体の運動に対するコリオリ効果を議論する。

図6は、角速度 ω [rad/s] の等速円運動を行っている平面回転盤上の回転中心 O からの距離 R [m] の点 A に存在する物体が、円盤表面よりも u [m/s] 大きい接線速度を持っているときの概念図である。図5の場合と同様に、角速度 ω [rad/s] は十分小さいと仮定する。

地表面に対して相対的に静止している物体は、地表面と同じ速度で宇宙空間を真東方向に進行していることになる。この理屈は空気塊にも当然あてはまり、点 A に存在する無風の空気塊は地表面と同じ $R\omega$ [m/s] の接線速度で宇宙空間を真東方向に点 B を目指して進行していることになり、点 A に存在する西風成分 u [m/s] の空気塊は $R\omega + u$ [m/s] の速度で宇宙空間を真東方向の点 B より u [m] 前方の点 D を目指して進行していることになる。

Ⅲ-3で明らかになったように、点 A において接線速度 $R\omega$ [m/s] で宇宙空間を東方向に点 B を目指して進行し

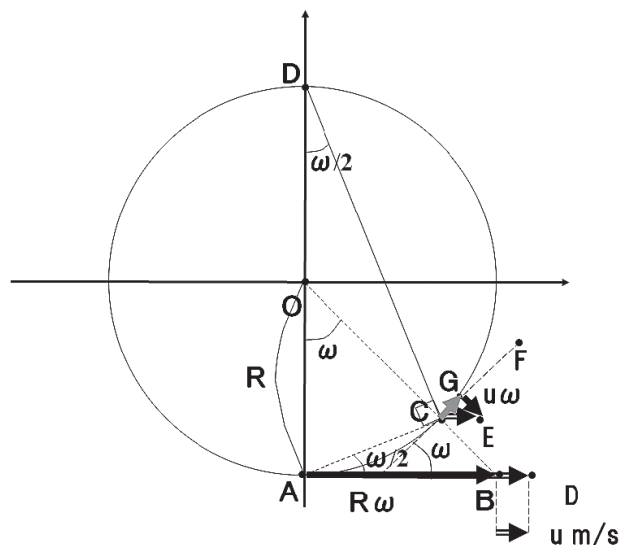


図6 等速円運動を行っている平面回転盤上を接線速度方向に相対運動する物体に生じるコリオリ効果を説明するための概念図 (筆者原図)

ている物体が1秒後に点Cに到達することは、重力場の中にいる者にとっては極めて当然の帰結であるので、接線速度 $R\omega + u$ [m/s] で宇宙空間を東方向に点Dを目指して進行している物体は1秒後には点Dからベクトル $\vec{BC}$ だけ移動した点Eに到達する。点Eは点Cからベクトル $\vec{BD}$ だけ移動した点でもある。

点Aにおいて東方の点Dを目指している物体を観測している人物は何の不思議もなく1秒後には点Cに到達しているので、自分より $u[\text{m/s}]$ だけ速さの大きい物体は自分の東方、即ち、点Aにおける接線上とは方向が ω [rad] 偏った点Cにおける接線上のベクトル $\vec{CF}$ の方向 u [m] 前方の点Gに到達すると予測している。ところが実際には、物体はベクトル $\vec{CF}$ の方向からは右に角度 ω [rad] ずれた方向の点Eに到達しているのを発見して、驚きを感じてしまうことになる。 $CG=CE=u[\text{m}]$ で $\angle GCE=\omega$ [rad] であるから、ベクトル $\vec{CG}$ とベクトル $\vec{CE}$ の終点間の距離は $\omega u[\text{m}]$ である。つまり、観測者から観ると、東方向を目指して $u[\text{m}]$ で自分のいる場所から出発した物体は、1秒後には当初の目的地より右に角度で ω [rad] 実距離で $\omega u[\text{m}]$ 偏った場所に到着することになる。これらがコリオリ効果である。点Gから点Eの方向に $2\omega u$ [m/s²] の加速度を発生させる力が作用していなければこれらのコリオリ効果とつじつまが合わない。つまり進行方向右90°の方向に単位質量あたり $2\omega u[\text{N}]$ の大きさの力が作用したように見える。この力がコリオリ力である。

山岸 (2011) は任意の緯度円に沿って東方向に等速運動する物体が受ける慣性系に対する加速度を、地球接平面ではなく、緯度円平面を用いて幾何学的に説明する方

法を提唱している。回転中心から外れた場所におけるコリオリ力を幾何学を利用した手法で議論してはいるが、平面回転盤を地球接平面のモデルとして扱う本稿の手法とは異質な方法でもあり、真の初学者に「ユリイカ」と言わせるのは困難のように思われる。

Ⅲ-5. 回転の中心方向に速度 v [m/s] で移動する場合

本節では、回転中心以外の場所から回転の中心方向に放された物体の運動に対するコリオリ効果を議論する。

図7は、角速度 ω [rad/s]の等速円運動を行っている平面回転盤の回転中心Oからの距離 R [m]の点Aに存在している物体が、回転中心Oに向かって速度 v [m/s]で進むときの概念図である。図5および図6の場合と同様に、角速度 ω [rad/s]は十分小さいと仮定する。

点Aにおいて回転の中心方向に速度 v [m/s] で移動している物体は、同時に地表面と同じ $R\omega$ [m/s] の接線速度で宇宙空間を東方向の点Bを目指して移動しているので、点Aを出発1秒後にはベクトル $\vec{AO}$ に平行に点Bから v [m] 離れた点Dに到達することを目指していることになる。

Ⅲ-3で明らかになったように、点Aにおいて接線速度 $R\omega$ [m/s] で宇宙空間を東方向に点Bを目指して進行している物体が1秒後に点Cに到達することは、重力場の中にいる者にとっては極めて当然の帰着であるので、点Bから v [m] 離れた点Dを目指して進行している物体は1秒後には点Dからベクトル $\vec{BC}$ だけ移動した点Eに到達する。点Eは点Cからベクトル $\vec{BD}$ だけ移動した点でもある。

点Aにおいて速度 $v[\text{m/s}]$ で点Oを目指している物体を観測している人物は何の不思議もなく1秒後には点Cに到達しているので、物体は自分の北方、即ち、ベクトル $\vec{CO}$ の方向 $v[\text{m}]$ 前方の点Fに到達すると予測している。

ところが実際には、物体はベクトル $\vec{CO}$ の方向からは右に角度 $\omega[\text{rad}]$ 偏った方向の点Eに到達しているのを発見して、驚きを感じてしまうことになる。 $CF=CE=v[\text{m}]$ で $\angle OCG=\omega[\text{rad}]$ であるから、ベクトル $\vec{CF}$ とベクトル $\vec{CE}$ の終点間の距離は $\omega v[\text{m}]$ である。つまり、観測者から観ると、北方方向を目指して $v[\text{m}]$ で自分のいる場所から出発した物体は、1秒後には当初の目的地より右に角度で $\omega[\text{rad}]$ 、実距離で $\omega v[\text{m}]$ 偏った場所に到着することになる。これがコリオリ効果である。線分FE間の距離は $\omega v[\text{m}]$ なので、この間に点Fから点Eの方向に $2\omega v[\text{m/s}^2]$ の加速度を発生させる力が作用していなければコ

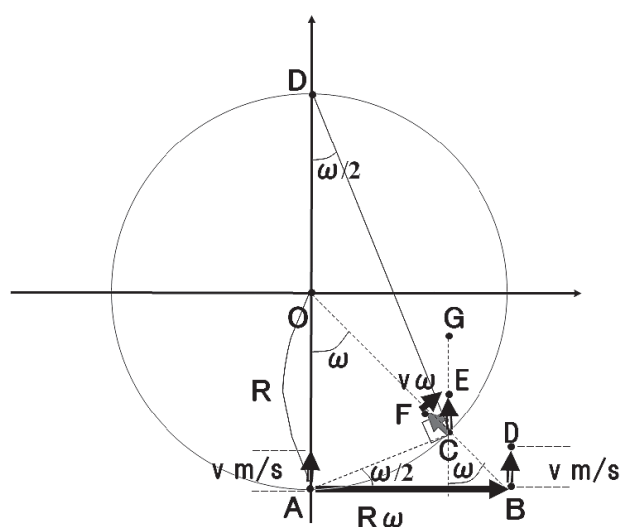


図 7 等速円運動を行っている平面回転盤上を回転中心方向に相対運動する物体に生じるコリオリ効果を説明するための概念図（筆者原図）

リオリ効果とつじつまが合わない。つまり進行方向右 90° の方向に単位質量あたり $2\omega v$ [N]の大きさの力が作用したように見える。この力がコリオリ力である。

山岸 (2011) は任意の子午線上を速さ v [m/s] で等速直線運動する物体が受ける慣性系に対する加速度を、地球接平面ではなく、緯度円平面を用いて幾何学的に説明する方法を提唱している。前節の任意の緯度円に沿って東方向に等速運動の場合と同様に、回転中心から外れた場所におけるコリオリ力を幾何学を利用した手法で議論してはいるが、平面回転盤を地球接平面のモデルとして扱う本稿の手法とは異質な方法でもあり、真の初学者に「ユリイカ」と言わせるのは困難のように思われる。

IV. おわりに

本稿は、吉崎 (2013) に対するコメントとして起草されたが、これは、吉崎 (2013) に異を唱えるものではない。しかしながら、吉崎 (2013) やそれに続く中村 (2013) および山岸 (2013) の説明方法は蘊蓄に富んでいて興味深いものの、コリオリ効果やコリオリ力には初めて接するものの自然科学の方法は既に充分会得している者でないと理解困難と思われる。吉崎 (2013) は上記のような者を初学者としており、吉崎 (2013) やそれに続く中村 (2013) および山岸 (2013) の方法では、微分・積分・運動方程式やベクトル解析に関する十分な知識の持ち合わせがない真の初学者に「ユリイカ」と言わせることはあり得ないのではないと思われる。本稿は、そのような知識不十分な真の初学者にもコリオリ効果やコリオリ力のある程度定量的に理解させる可能性のある幾何学を利用した吉崎 (2013) とは別の説明方法として起草された。

ごく最近、Persson (2014) により、図5~7と極めてよく似た条件下で、幾何学を利用して向心力および東西方向・南北方向への相対運動に対するコリオリ力による偏りや加速度の大きさの定量的表現の誘導法が提唱された。距離の偏りや加速度の大きさの定量的表現だけでなく、運動方向の偏りも綺麗に説明できる本稿の方法の方が優れていると思われるが、それ以前の問題として、このような観点からの考究が現時点においても研究・教育上大きなニーズを有することを示唆するものとして強く注目したい。

著者はⅢ-2を除く本稿に示した方法を実際の授業に用いているが、授業後の課題レポートを調査した限りでは、興味関心を示し内容をよく理解できている学生が多いものの、すべての学生に十分な理解をさせている訳ではな

いことも明らかである。したがって、本稿が示す方法も、初学者全員に「ユリイカ」と言わせることは不可能であると断定せざるを得ない。本稿の方法でも十分な理解を得られない学生が、吉崎 (2013) ・中村 (2013) ・山岸 (2013) の方法なら十分な理解を得る、などということはあり得ないので、本稿の論理展開による説明方法に基づくより理解し易い授業案の開発を進めるとともにその教育効果の測定方法の検討も行うことが、今後の重要な課題である。

謝 辞

匿名査読者によるレフリーコメントは原稿改良に大変役立ちました。記して深謝の意を表します。

文 献

- American Meteorological Society (2012) : *Coriolis Effect : Because the Earth Turns. Teacher's Guide*. American Meteorological Society, Education Program, Washington, 18pp.
- American Meteorological Society (2000) : Coriolis Effect. *American Meteorological Society Glossary of Meteorology*. Retrieved 1/21/2015.
- 小笠原和夫・桜庭信一 (1959) : 気象学通論. いずみ書房, 268pp.
- 小倉義光 (1978) : 気象力学通論. 東京大学出版会, 249pp.
- 小倉義光 (1999) : 一般気象学[第2版]. 東京大学出版会, 308pp.
- 木村竜治 (1973) : 回転流体の性質について. 天気, 20, 517-531.
- 木村竜治 (1983) : 地球流体力学入門. 東京堂出版, 247pp.
- 木村龍治 (2013) : 天気ハカセになろう. 岩波書店, 182pp.
- 松田佳久 (2014) : 気象学入門. 東京大学出版会, 240pp.
- McIntosh, D.H. and A.S. Thom (1969) : *Essentials of Meteorology*. Wykeham Publications Ltd., London, 239pp. (奥田 穰 (訳) (1975, 1977) : 気象学の基礎上・下. 共立出版, 142pp. および134pp.)
- McIntyre, D. H. (2000) : Using Great Circles to Understand Motion on a Rotating Sphere. *American Journal of Physics*, 68, 1097-1105.
- 中村晃三 (2013) : コリオリ力の「ユリイカ」を読んで. 天気, 60, 475-477.
- Persson, A. (2014) : Is the Coriolis effect an 'optical illusion' ?. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, DOI:10.1002/qj.2477.
- 高橋正吾 (1968) : コリオリ力の初心者向き解説に当たっての問題点. 天気, 15, 2-4.
- 山岸米二郎 (2011) : 気象学入門. オーム社, 234pp.
- 山岸米二郎 (2013) : コリオリ力の「ユリイカ」一つの試み.

- 天気, 60, 963–966.
- 安田延壽 (1994) : 基礎大気科学. 朝倉書店, 204pp.
- 横尾武夫・柴山元彦・福江 純 (1995) : コリオリ力の巨視的理解—コンピュータグラフィックスを活用して—. 地学教育, 48, 147–156.
- 吉崎正憲 (2013) : コリオリ力の「ユリイカ」. 天気, 60, 119–124.
- 吉崎正憲・野田彰 (編代表) (2013) : 図説 地球環境の事典. 朝倉書店, 378pp.

Another Comment on “A Eureka Moment for a Beginning Learner of the Coriolis Effect and/or Force” by Yoshizaki (2013)

NAKAGAWA Kiyotaka *

* Faculty of Geo-environmental Science, Rissho University

Key words: Coriolis force, Coriolis effect, Eureka, Beginning Learner

