漁業生態系管理の数理的解析

高　科　　直*　山　下　倫　範*　松　田　裕　之**

キーワード：漁業、生態系管理、安定性、力学系

1　はじめに

近年、漁業業は第一次産業として低迷を続けている。その主たる原因の一つは漁業資源の顕著な減少化である。それは－例えば－江戸時代より大衆魚として庶民に親しまれてきていたアジやイワシ等が、今では高級魚として店頭に並べられている光景を想起すればよかろう。過去における漁業資源管理の杜撰さに起因する漁業資源の減少化・枯渇化が直接的原因である[1]。このような背景から、国連は1996年に国連海洋法条約を発効し、水産資源の適切利用を目的としてTAC（総許容漁獲量：Total Allowance Catches）を定めることとした。日本でもこれを受け、科学者が資源回復目標を定め、ABC（生物学的許容漁獲量：Allowable Biological Catch）を答申した後で、水産政策審議会が社会経済的要因を考慮したTACを定めるというフローができている。しかしわが国におけるこの施策は、経済的背景が色濃く、漁業資源管理という観点から見るとうまく機能していないというのが現状である。実際、持続可能な漁業を行うためには本来超えてはならないABCの数値をTACが上回るといった事態がまかり通っている。また、適切にTACを設定しても、その漁業手法はオリンピック方式（漁業者が一斉に漁業を始めTACに達した時点で漁業が終了する漁業手法）といわれる、いわゆる漁業者同士の競争を促す方法がとられており、これによって漁業生態系に集中的に大きなストレスを与える、また乱獲を引き起こす可能性があるといった懸念もある。

漁業資源管理においては、伝統的に数理モデルが広く用いられてきた。しかしそのモデルの多くは、単一の個体群の動態にのみ注目するといった、single-speciesモデルである[2]。このようなsingle-speciesモデルは、MSY（Maximal Sustainable Yield）をはじめとして持続可能でかつ漁獲量を最大化するといった問いに対する、明快な解を与えてきた。しかし近年になって、生態系管理には個体間相互作用や個体群ダイナミクスなどの要素を考慮することが必要であるということが生態学者や生態系管理の従事者の間でコンセンサスとなりつつある[3]。このような背景から、multi-speciesモデルが生態系管理モデルに用いられることが多くなりつつあるが、我々は基本原理を理解する段階に至っていない現状である。本稿において、我々は３種生態系の基本的なmulti-speciesモデルである被食者－捕食者モデル[4]を扱うが、このような試みはmulti-speciesモデルを用いた生態系管理を行う際の基本原理を構築してゆく上で有用である。本稿では、漁業生態系管理において持続可能な発展を前提とした資源回復計画に寄与するであろう持続可能な漁業の可能性について、松田－Abramsによる先行研究[5]に倣い、漁業組込み３種生態系モデルに対して解析的なアプローチから考察を施した結果について報告する。

2　漁業生態系のモデル化

本研究では、３種からなる生態系に漁業を組み込んだモデルを考察する。系は上位捕食者、中位捕食者、被食者からなる３栄養段階系で、漁業は特定の種の個体群密度を漁獲量にフィードバックさせるという手法を考える。また、漁業を行う前の生態系は、３種が共存しているとする。これらを表すモデルは、

$$\begin{aligned}\frac{dN_i}{dt} &= \left(r_i + \sum_{j=1}^{n} a_{ij}N_j - e_i\right)N_i \\ \frac{de_i}{dt} &= U(N_M - C)\end{aligned} \qquad (2.1)$$

で与えられる。ここで、N_iは種iの個体群密度（N_1：被食者、N_2：中位捕食者、N_3：上位捕食者）、r_iは種iの内的自然増加率、Uは漁獲圧、N_Mは漁獲量変動の指標とする種（モニタリング種）である。Cは定数で、

*　立正大学地球環境科学部環境システム学科
**横浜国立大学大学院環境情報研究院環境情報学府

N_M との差が漁獲量に反映される。e_i は種 i 漁獲量で、現実的な仮定より $e_i < 0$ となるとき $e_i = 0$ とした。a_{ij} は種 j から種 i に対する干渉を表し、$A = \{a_{ij}\}$ は群集行列と呼ばれる。種間の相互作用の性質は正負の符号および０によって表現され、($a_{ij} < 0$, $a_{ij} > 0$) であれば種 j が種 i を捕食していることを表す。同様に、両方負であれば種 i と j は競争関係、０であれば直接的な相互作用はみられないというような解釈ができる。ここでは上位捕食者と被食者に直接的な相互作用がない３栄養段階系を考慮し、群集行列の符号を、

$$\{a_{ij}\} = \begin{bmatrix} - & - & 0 \\ + & - & - \\ 0 & + & 0 \end{bmatrix} \tag{2.2}$$

と定義する。ここで、それぞれの要素の値の範囲は（[５]）を改変し、

$$\begin{aligned} &0 < |a_{ij}| < 1 (i \neq j, a_{13}, a_{31}\textbf{は除く}), \\ &a_{11} = a_{22} = -1, a_{13} = a_{31} = a_{33} = 0 \end{aligned} \tag{2.3}$$

とした。

共存平衡点（第１象限に現れる平衡点）が安定であれば、生態系と漁業は安定に保たれると考えられ、つまりこの場合は持続可能な漁業ができると考える。本研究では、安定性の言及に局所安定性解析を用いた。

３　結果

３．１　上位捕食者を漁獲・モニタリングした場合

ここではもっともシンプルな漁獲方法、漁獲する種とモニタリングする種が同一である場合を考える。モデルは

$$\begin{aligned} \frac{dN_1}{dt} &= (r_1 - N_1 + a_{12}N_2)N_1 \\ \frac{dN_2}{dt} &= (r_2 + a_{21}N_1 - N_2 + a_{23}N_3)N_2 \\ \frac{dN_3}{dt} &= (r_3 + a_{32}N_2 - e_3)N_3 \\ \frac{de_3}{dt} &= U(N_3 - C) \end{aligned} \tag{3.1.1}$$

で与えられる。平衡点付近で線形化することでヤコビ行列

$$\{J_{ij}\} = \begin{bmatrix} -N_1^* & a_{12}N_1^* & 0 & 0 \\ a_{21}N_2^* & -N_2^* & a_{23}N_2^* & 0 \\ 0 & a_{32}N_3^* & 0 & -N_3^* \\ 0 & 0 & U & 0 \end{bmatrix} \tag{3.1.2}$$

が得られ（N_i^* ：平衡点)、ここから $|J - I\lambda| = 0$ として（I ：単位行列）特性方程式を求めて係数を整理すると

$$\lambda^4 + K_1\lambda^3 + K_2\lambda^2 + K_3\lambda + K_4 = 0 \tag{3.1.3}$$

となる。局所安定性解析においては、得られた特性方程式の全ての解の実部が負であれば、平衡点は局所漸近安定であると結論付けることができる。ここで、（３．１．３）においては Routh-Hurwitz の判定法[6]が適用できることが分かる。Routh-Hurwitz の判定法というのは、多項式 $x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_n = 0$ について、全ての解の実部が負であるための判定法（必要十分条件）のことである。

$n = 4$ の場合、

$$a_1 > 0,\ a_3 > 0,\ a_4 > 0,\ a_1a_2a_3 - a_3^2 - a_1^2a_4 > 0$$

が Routh-Hurwitz の判定法となる。

実際、（３．１．３）において、

$$K_1 = N_1^* + N_2^*, \tag{3.1.4}$$

$$\begin{aligned} K_2 &= N_1^*N_2^* - a_{12}a_{21}N_1^*N_2^* \\ &\quad + N_3^*(-a_{23}a_{32}N_2^* + U), \end{aligned} \tag{3.1.5}$$

$$K_3 = N_3^*\{-N_1^*(a_{23}a_{32}N_2^* - U) + N_2^*U\}, \tag{3.1.6}$$

$$K_4 = (1 - a_{12}a_{21})N_1^*N_2^*N_3^*U, \tag{3.1.7}$$

であるが、（３．１．４)、（３．１．６)、（３．１．７）は（２．３）の制限より全て正になることが分かる。また、$K_1K_2K_3 - K_3^2 - K_1^2K_4$ についても

$$\begin{aligned} &a_{23}a_{32}N_2^{*2}N_3^*[N_1^*\{(-1 + a_{12}a_{21})N_1^*(N_1^* + N_2^*) \\ &\qquad + a_{23}a_{32}N_2^*N_3^*\} - (N_1^* + N_2^*)N_3^*U], \end{aligned}$$

となり、[ ] の外、内が共に負となることから正であるとわかる。以上から、この漁獲手法において、平衡点が共存平衡点であればそれは、任意の相互作用の強さ a_{ij} と漁獲圧 U に対して共存平衡点は局所漸近安定であると結論付けることができる（図１)。

３．２　被食者を漁獲・上位捕食者をモニタリングした場合

このような漁獲種とモニタリング種が分離している例

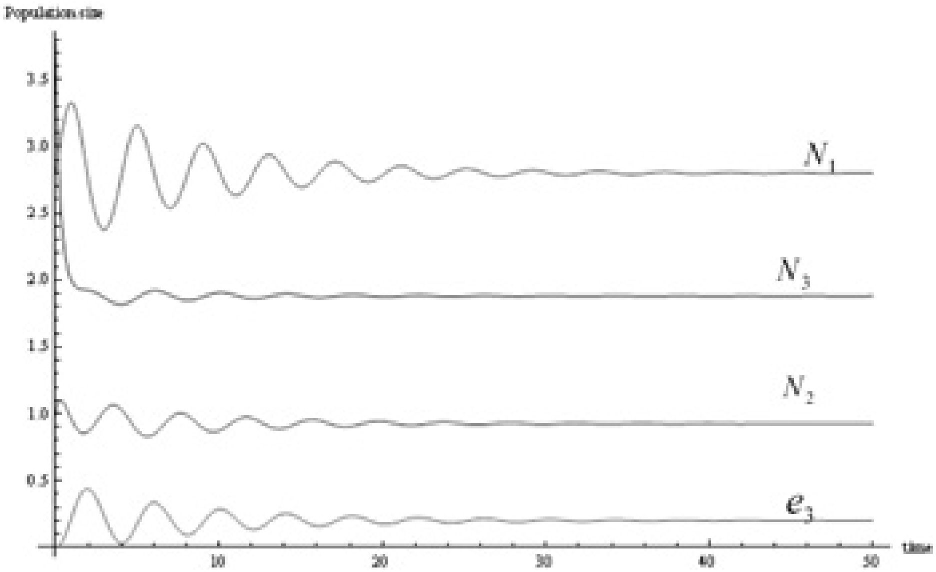

図１．モデル（３．１．１）の解軌道

$r_1=2.4,\ r_2=1.6,\ r_3=-0.2,$
$a_{12}=-0.56,\ a_{21}=0.49,\ a_{23}=-0.57,\ a_{32}=0.43,\ U=0.7,\ C=2.8$
$N_1[0]=3.77,\ N_2[0]=0.98,\ N_3[0]=2.80,\ e_3[0]=0.0$

は、漁獲している種のモニタリングが困難なときなどに有効であると考えられる。モデルは

$$\begin{aligned}\frac{dN_1}{dt}&=(r_1-N_1+a_{12}N_2-e_1)N_1\\ \frac{dN_2}{dt}&=(r_2+a_{21}N_1-N_2+a_{23}N_3)N_2\\ \frac{dN_3}{dt}&=(r_3+a_{32}N_2)N_3\\ \frac{de_1}{dt}&=U(N_3-C)\end{aligned}\qquad(３．２．１)$$

と変化する。２．１と同様の議論で系を線形化し、得られたヤコビ行列より特性方程式を求め、その係数について Routh-Hurwitz の判定法を適用してみると、

$$\begin{aligned}&a_{32}N_1^*N_2^*N_3^*\{(-1+a_{12}a_{21})a_{23}N_1^*N_2^*(N_1^*+N_2^*)\\ &\quad+a_{23}^2a_{32}N_2^{*2}N_3^*-a_{21}(N_1^*+N_2^*)^2U\}>0\end{aligned}\qquad(３．２．２)$$

が成立すれば平衡点は局所漸近安定であることがわかる。式（３．２．２）は、U の単調減少関数になっており、このことから式（３．２．１）で表されるような漁獲パターンについて、「漁獲圧 $U\in[0,\infty)$ についてある定数 $U_{\max 1}$ が存在し、$U<U_{\max 1}$ を満たすときに共存平衡点は局所漸近安定である」と結論付けることができる。これはつまり、漁獲圧をうまく定めることができれば安定な漁業ができることを示している。実際にパラメータを定めてみると、安定するための（最大固有値の実部が負であるための）U の範囲が制限されていることが分かる（図２）。また、式（３．２．２）の U が掛かっている項には a_{21} が掛かっており、この事実を生態学的に解釈すると、「中位捕食者の被食者に対する干渉が小さいほど、安定な漁業がやりやすくなる」ということができる。

３．３　中位捕食者を漁獲・上位捕食者をモニタリングした場合

この場合も漁獲種とモニタリング種が分離されている。２．２の漁獲パターンには漁獲種とモニタリング種に直接的な相互作用はなかったが、この例では被食－捕食関係がみられる。モデルは

$$\begin{aligned}\frac{dN_1}{dt}&=(r_1-N_1+a_{12}N_2)N_1\\ \frac{dN_2}{dt}&=(r_2+a_{21}N_1-N_2+a_{23}N_3-e_2)N_2\\ \frac{dN_3}{dt}&=(r_3+a_{32}N_2)N_3\\ \frac{de_2}{dt}&=U(N_3-C)\end{aligned}\qquad(３．３．１)$$

のように変化する。これまでと同様に、系を線形化し、ヤコビ行列から特性方程式を求め、Routh-Hurwitz の判定法を適用してみると

$$\begin{aligned}&a_{32}N_2^*N_3^*[N_2^*(N_1^*+N_2^*)\{(-1+a_{12}a_{21})N_1^*\\ &+a_{23}a_{32}N_3^*\}(a_{23}N_1^*-U)-N_1^*(N_1^*+N_2^*)^2U\\ &-a_{32}N_2^*N_3^*(-a_{23}N_1^*+U)^2]>0\end{aligned}\qquad(３．３．２)$$

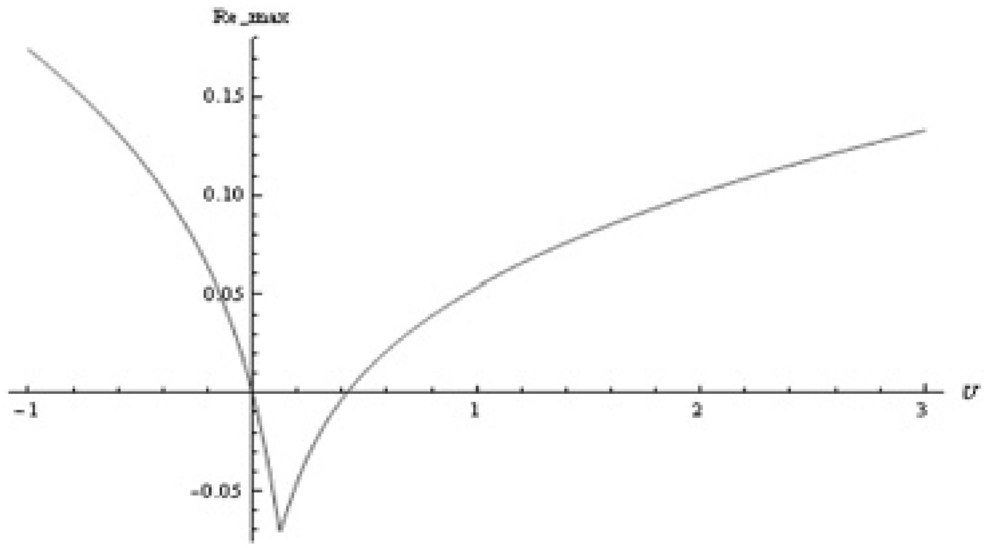

図２．漁獲圧*U*と固有方程式の最大固有値の実部の関係
$r_1 = 2.5, r_2 = 0.3, r_3 = -0.1,$
$a_{12} = -0.36, a_{21} = 0.29, a_{23} = -0.65, a_{32} = 0.53, C = 0.8$

が成立すれば平衡点は局所漸近安定であることが分かる。式（３．３．２）は U の減少関数になっていることが分かる。つまり、式（３．３．１）で表されるような漁獲パターンについて、「漁獲圧 $U \in [0, \infty)$ についてある定数 $U_{\max 2}$ が存在し、$U < U_{\max 2}$ を満たすときに共存平衡点は局所漸近安定である」と結論付けることができる。

３．４　漁獲圧の制約について

３．３と３．４で考察した漁獲手法においては、いずれも共存平衡点が局所漸近安定になるために、漁獲圧 U の制限が与えられた。この制限の大小は何に依存するものなのかが分かれば、漁業を行うときの１つの指標となる。

式（３．２．２）、（３．３．２）から $U_{\max 1}$，$U_{\max 2}$ を求め、これらの差を考えると

$$U_{\max 1} - U_{\max 2} = \frac{\alpha_2}{a_{21}\alpha_1} - \frac{\alpha_4}{a_{32}\alpha_3}, \qquad (３．４．１)$$

という形に変形できることが分かる。式（３．４．１）の正負は、a_{21}，a_{32} の値に依存しており、これはつまり漁獲圧 U の制限の強さは、漁獲パターンの違いではなく、種間相互作用の大きさに依存することを意味している。

４　考察と展望

本稿においては、３種３栄養段階系の生態系について３種類の漁獲パターンを考察した。実際のフィールドで、一般に行われているような、漁獲量決定の指標を、漁獲する種の量とする３．１の例では、常に安定な漁業を行うことが数理的に求めることができた。一方で一見不自然な、漁獲量を、漁獲しない種の存在量に応じて決定する３．２、３．３の例においてもある条件を満たしていれば、持続可能な漁業ができることが説明された。この制限が存在するということは、換言すれば、ある範囲内において各個体の動態には類似性があり、そのずれの大きさが漁獲圧 U の制限の大きさに反映されると言えよう。

本文でも述べたところであるが、漁獲種の個体数推定が困難な場合、漁獲種以外の個体数推定が容易な場合、あるいはデータが豊富にある場合などには、漁獲種とモニタリング種をわけた生態系管理が有用である。また、本稿においては、漁獲パターンと安定性の関係について言及したが、生態系の頑健性などについて議論しなかった。安定しやすい系であっても、それが果たして環境変動などに耐えうるものなのかという点については別の議論を待たねばならない。今後このような視点をも考慮した考察および研究が必要であろう。

本稿で与えられた結果は、multi-species モデルについての新たな知見を与え、今後、現実の生態系管理を目的とする場合の基本的土台となりうることを確信するものである。

参考文献

[１] 小松正之，これから食えなくなる魚，幻冬舎，2007年５月
[２] Abrams, P. A., Matsuda, H. 2005. *The effect of*

adaptive change in the prey on the dynamics of an exploited predator population. Can. J. Fish. Aquat. Sci. 62:758-766.

[3] Matsuda, H., Katsukawa, T. 2002. *Fisheries Management Based on Ecosystem Dynamics and Feedback Control.* Fisheries Oceanography 11(6):366-370.

[4] May, R. M., Leonard, W. J. 1975. *Nonlinear aspects of competition between three species.* SIAM Journal of Applied Mathematics 29:243-253.

[5] Matsuda H., Abrams P. A., *Maximal yields from multi-species fisheries systems: Rules for harvesting top predators and systems with multiple trophic levels,* Ecol. Appl. 16, (2006), 225-237

[6] Gantmacher F. R., *Applications of the Theory of Matrices,* Dover Publications, Inc., 2005, Ch.V §6 (226-232) [Gantmacher F. R., *Applications of the theory of matrices,* translated and revised by Brenner J. L.; with the assistance of Bushaw D. W. and Evanusa S., Interscience Publishers, Inc., 1959]

Mathematical Analysis for Fisheries Ecosystem Management

TAKASHINA Nao*, YAMASHITA Michinori*, MATSUDA Hiroyuki**

*Faculty of Geo-Environment Science, Rissho University

**Graduate school of Environment and Information Sciences, Yokohama National University

Abstract:

Nowadays, there is unprecedented ichthyophagous boom around the world. The amount of consumption of fishery products are increasing in several countries, while from point of view of the fisheries resource, this downturn is of particular note these days, due to the past sloppy management. Scientists have cautioned that if we do not change methods of fisheries properly in biology, various fishes will goes extinct in near the future. Proposing solution methods of this emergent problem, we analyze fisheries ecosystems in mathematical approach. We model fishery ecosystem which consist of three types of species, including top-predator, mid-predator and prey, and analyze whether we can sustain ecosystems under the condition of fisheries.

Keywords: Fishery, ecosystem management, stability, dynamical system