# 指数関数で近似された疑似多方大気において 宇宙とのエントロピー交換率を最小にする気温減率

中川清隆\*渡来靖\*

キーワード:気温減率、疑似多方大気、エントロピー交換率最小

## I. はじめに

日本工業規格JIS0201-1990(http://kikakurui.com/w/W0201-1990-01.html)により「標準大気」が定められている。こ れは1975年第一版(1978年修正再版) ISO 2533(Standard Atmosphere)および1985年版ISO 2533-1975/Addendum 1 (Hypsometrical tables)を翻訳し、技術的内容および規格票の様式を変更することなく作成された我が国の国家規格 であり、同規格1章において地球物理学的および気象学的観測から得たデータの処理にこの規格を使用することが推 奨されている。同規格2.6節が「温度および垂直温度こう配」を規定しており、ジオポテンシャル高度11.0021665km までの垂直温度勾配を-6.50K/kmと定めている。日本工業規格JIS0201-1990「標準大気」のいう垂直温度勾配 -6.50K/km は気象学的表現である気温減率6.50K/kmと全く同等の概念である。標準大気の対流圏気温減率6.50K/km は凝結を伴わない断熱的な上下混合の時に実現する乾燥断熱減率9.76K/kmと凝結を伴う場合の減率(湿潤断熱減率) との中間的な減率となっており、凝結が部分的に起きていることと整合的であるため(時岡, 2013)、凝結を伴う混 合の出現比率を荷重とする乾燥断熱減率と湿潤断熱減率の荷重平均値であるとの認識が一般的である。

図1は、気象庁が館野高層気象台HPに公開している2月、5月、8月、11月の平年の気温鉛直分布である。大気 下層はほぼ多方大気的に高度の増加とともにほぼ直線的に降温し、上層には安定層が形成されている。気温減率が 高度に対して一定な大気を多方大気と呼び(正野, 1942, 1960; AMS Glossary, http://glossary.ametsoc.org/wiki/ Polytropic\_atmosphere)、多方大気に近い大気下層を対流圏、上層の安定層を成層圏、両者の境界面を対流圏界面と



図1 気象庁館野高層気象台における2月、5月、8月、11月の平年気温 鉛直分布。横軸は気温(℃)、縦軸は高度(km)を示す(気象庁 館野高層気象台HPより)

<sup>\*</sup> 立正大学地球環境科学部・環境システム学科



図2 シンガポールにおける1月、8月、年平均の気温減率の鉛直分布。 横軸は気温減率(K/km)、縦軸は気圧(hPa)であり、ICAOは国際 民間航空機関標準大気の気温減率を意味する(吉﨑ほか,2015より)

呼ぶ。地上気温が夏季(8月)に最大値をとり冬季(2月)に最小値をとる年変化を示すのは自明であり、対流圏界 面高度は冬季低くて夏季高く、圏界面温度は冬季高温で夏季低温となっている。平年の月平均鉛直気温分布において さえ気温減率 y が6.50K/kmで一定という状況ではないことは明白であり、明瞭な年変化の存在が示唆される。吉崎 ほか(2015)は、高層観測結果およびJRA-55再解析結果により2014年の各地の気温減率の鉛直分布を調査し た(図2参照)。赤道直下のシンガポールにおける2014年1月、8月の月平均および年平均の気温減率の鉛直分布は 6.50K/kmで一定ではなくて対流圏下層で小さく上層で大きい傾向があり、この傾向は極域以外の他地域でも同様であ り、気温減率の水平分布は対流活動の活発・不活発にはよらずグローバルに決まっているとの見解を示している。

Manabe and Strickler (1964) 以来、数値モデルにおいては、対流圏の平均気温減率が因って来る物理機構には立 ち入らないで、単にこの6.50K/kmを臨界気温減率とし気温減率がこの値を超えた場合にはそれを自動的に6.50K/kmに 置き換える、という便宜的な方法が採用されており、この操作は対流調節と呼ばれている(岸保ほか,1982)。6.50 K/kmが臨界気温減率であれば、顕著な凝結を伴う混合の際の気温減率は必ず6.50K/kmとならねばならないので、顕 著な凝結を伴う混合の出現比率を荷重とする荷重平均値は必ず6.50K/kmより小さくならねばならず、対流調節を採用 している数値モデルでは標準大気の気温減率6.50K/kmは絶対に再現できないことになる。

最近、木村(2017)は、気温減率γが何故6.50K/kmになるのか説明できないManabe and Strickler(1964)による 放射対流平衡モデルに代わる理論として、約2.8mm/sで断熱下降する気流が放射冷却される「潜熱型対流による気温 減率」を提唱した。「潜熱型対流」は木村(2017)による造語であるが、地球-大気系内における面積比率をほぼ無視 できるほど狭い積乱雲が形成されている地域のみで強い上昇気流が生じておりその地域内の気温減率は湿潤断熱減率 となり、その他の大部分の地球-大気系は降下速度約2.8mm/sの弱い補償下降流場を形成していて約40日掛けて10km下 降しその間に35℃放射冷却されると主張した。大気が安定成層をしているために、下降気流は積乱雲の外側の全域に 及ぶとしている。すなわち、大気は、ごく狭い範囲の上昇気流域と、広い範囲の下降気流域に分類され、上昇気流域 内の温度減率は湿潤断熱減率であり、下降気流域の温度減率が標準大気の気温減率6.50K/kmであるとした。

仮に木村(2017)の主張通りだとしても、地球-大気系の平均の気温減率は、上昇気流域における湿潤断熱減率と 下降気流域における気温減率6.50K/kmの、面積を荷重とする荷重平均として求まることになるので、全球平均の気温 減率は必ず6.50K/kmより小さくならねばならない。上昇気流域の面積が下降気流域の面積に比べて無視できる証拠は 明示されていないので、木村(2017)の「潜熱型対流による気温減率」モデルによっても標準大気の気温減率6.50 K/kmは絶対に再現できないものと思料される。

本研究は、Manabe and Strickler (1964) や木村 (2017) とは異なる観点から、Paltridge (1975) が提唱する地球と 宇宙の間でのエントロピー交換率最小法則により気温減率 y が決定される可能性について検討することを目的とする。

#### Ⅱ. 非平衡定常開放散逸系におけるエントロピー生成率最大(Maximum Entropy Production)の仮説

現在の気象学の主流は、質量、熱量、運動量の保存則を表す6種類の方程式と状態方程式を連立させて積分して分 析を進める力学的研究方法を志向している。しかしながら、従来の力学的方法には限界があり、例えば天気予報の 場合には、未だに週間予報すら確率50%には及ばず、季節予報に至っては、高速のスーパーコンピュータに搭載さ れた高精度の数値モデルを以ってしても、有意な再現・予測は困難である。この予測可能性限界の存在は、かつて Lorenz (1963)が指摘した如く、非線形システムに共通して内在する本質的かつ根元的なカオスの問題である。個々 の現象の再現・予測ではなく系全体の長期の平均的な特徴の再現・予測においては、従来の力学的方法論とは視点を 異にする熱力学的方法論が注目されている。熱力学的手法の特徴は、系の細部に依存しないマクロな性質に着目して 対象を議論するという点にある。

熱力学の第二法則によれば、エネルギーは有効性の高い方から低い方にしか変化できない。ないしは、エネルギー は利用価値が高い形態から低い形態、ないしは、秩序の高い形態から低い形態にしか変化できない。熱力学の第二 法則はエントロピーSと呼ばれる状態変数を用いて議論される。閉鎖系においては、エントロピーSは単調に増加 し、熱力学的平衡状態において最大値をとることが知られており、エントロピー増大の法則と呼ばれる。すなわち、  $\frac{dS}{dt} \geq 0$ である。エントロピー増大は、利用可能なエネルギーが減少し無秩序な状態、最終的には熱力学的平衡状態

 $\frac{ds}{dt} = 0$  and  $S \to \infty$ へ変化していくことを意味する。

熱力学の第二法則は、系外部との間でエネルギーおよび物質の交換を行う開放系にも拡張でき、

$$\frac{ds}{dt} = \frac{d_e s}{dt} + \frac{d_i s}{dt} \quad \text{and} \quad \frac{d_i s}{dt} \ge 0 \qquad \qquad \cdots \text{eq.} (1)$$

と表現できる。ここで、 $\frac{ds}{dt}$ :開放系のエントロピー変化率、 $\frac{d_e S}{dt}$ :系外部との間のエントロピー交換率、 $\frac{d_i S}{dt}$ :開放系内でのエントロピー生成な、放射、潜熱解放、熱伝導、運動エネルギーの 散逸により現出する。従って、熱平衡状態から外れた開放系で定常状態がなりたっている場合には開放系のエントロ ピー変化率は $\frac{ds}{dt} = 0$ なので、eq. (1)は

すなわち、

となる。熱力学の第二法則により、開放系内でのエントロピー生成率は常に $\frac{d_i s}{dt} \ge 0$ なので、非平衡開放散逸系が定 常状態を保つためには、当然のことながら、系外部との間のエントロピー交換率は、常に $\frac{d_e s}{dt} \le 0$ でなくてはならない。

非平衡熱力学の分野では、開放散逸系の安定性に関して、非平衡度および非線形度の高い系においてはエン トロピー生成率  $\frac{d_i S}{dt}$  が最大となる状態で安定化するという、エントロピー生成率  $\frac{d_i S}{dt}$  最大の仮説が知られており (Sawada, 1981)、Maximum Entropy Productionという意味でMEPと称される。これは非平衡度および非線形度の 高い系においては非平衡をより効率よく解消できる状態、すなわち、系の平衡へと向かう割合を示すエントロピー生 成率  $\frac{d_i S}{dt}$  の高い状態に遷移しようとする、と主張する仮説である。

地球-大気系は太陽(6000K)と宇宙(3K)の非平衡によって作り出された非平衡度および非線形度の高い非平

衡定常開放散逸系と捉えることができるので、非平衡開放散逸系が平衡へと向う割合、すなわち、エントロピー生成 率  $\frac{d_i S}{dt}$ が重要となる(例えば、杉本, 1985)。Paltridge (1975, 1978) が最初に地球気候の形態がMEPで説明される ことを提唱したとされている(例えば、Ozawa *et al.*, 2003 : Goody, 2007)。しかしながら、Paltridge (1975) およ びPaltridge and Platt (1976) は、惑星と宇宙の間のエントロピー交換率が最小にされるように地球-大気系の形態が 採用されていると主張し、

$$E_0 = \sum_i \frac{K_{\infty,i}^{\downarrow} (1-\alpha_i) - L_{\infty,i}^{\uparrow}}{T_{\text{earth-atmosphere,i}}} \qquad \cdots \text{eq.} \quad (4)$$

を惑星と宇宙の間のエントロピー交換率  $\frac{d_i S}{dt}$ とし、

$$T_{\text{earth-atmosphere},i} = \sqrt[4]{\frac{L_{\infty,i}}{\sigma}} = \overline{T_i} \qquad \cdots \text{eq.} (5)$$

として、 $E_0$ を最小にする気候要素の南北分布を求めた。ここで、 $K_{\infty,i}^{\downarrow}(1-\alpha_i)$ :南北一次元気候モデル第i番格子の 大気上限を通過する正味の下向き短波放射、 $L_{\infty,i}^{\uparrow}$ :同格子の大気上限から宇宙に放出される地球出放射であり、 $\alpha_i$ : 同格子の地球-大気系アルベドである。さらに、その $E_0$ を最小にする気候要素の南北分布が南方向の熱輸送によるエ ントロピー生成率の総和

$$E_1 = \sum_i \frac{x_i - x_{i-1}}{\overline{T_i}}$$
 ...eq. (6)

も最小化すると主張した。ここで、 $x_i$ :南北一次元気候モデル第i番格子の南方向の熱の輸送、 $\overline{T}_i$ :同格子の平均温度 (=  $\sqrt[4]{\frac{L_{\infty,i}}{\tau}}$ )であり、

 $x_i - x_{i-1} = K_{\infty,i}^{\downarrow} (1 - \alpha_i) - L_{\infty,i}^{\uparrow} \qquad \cdots eq. (7)$ 

が完全に成り立つとしている。これではMEPではなく、むしろMinimum Entropy Production (MINEP)の趣である。 ところが、Paltridge (1978) は、eq. (4)を惑星と宇宙の間のエントロピー交換率と主張しつつも論文中の作業 ではこれを使用せず、Paltridge (1975) は負の値となる惑星と宇宙の間のエントロピー交換率最小は惑星内でのエ ントロピー生成率最大と同等であることを示唆したとして、自身の主張をMINEPからMEPに転じている。Paltridge (1975, 1978) をレビューしている研究は多いが (例えば、Grassl, 1981; Essex, 1984; Peixoto *et al.*, 1991; Ozawa and Ohmura, 1997; Ozawa *et al.*, 2003; Goody, 2007; Fraedrich and Lunkeit, 2008)、Grassl (1981) や Essex (1984) がPaltridge (1975) とPaltridge (1978) でのエントロピー生成率に関する記載の差異を指摘してい る以外は、いずれも、Paltridge (1975, 1978) を惑星と宇宙の間のエントロピー交換率最小理論ではなく、惑星内 でのエントロピー生成率最大理論と見做しており、Paltridge *et al.* (2007) もPaltridge (1975, 1978) をMEP-based modelと記載している。

Paltridge (1975, 1978)、Paltridge and Platt (1976) およびPaltridge *et al.* (2007) は、上述の如く、惑星と宇宙の間のエントロピー交換率 
$$\frac{d_e S}{dt}$$
 を  $E_0 = \sum_i \frac{K_{\infty,i}^{\downarrow}(1-\alpha_i)-L_{\infty,i}^{\uparrow}}{T_{earth-atmosphere,i}}$  と表記し、その逆符号値  $-E_0 = \sum_i \frac{L_{\infty,i}^{\uparrow}-K_{\infty,i}^{\downarrow}(1-\alpha_i)}{T_{earth-atmosphere,i}}$  を  
惑星内部におけるエントロピー生成率  $\frac{d_i S}{dt}$  と称しているが、この定義式eq. (4)には問題がある。当然のことなが  
ら、MEPは水平方向に広がりを持たない鉛直 1 次元地球-大気系モデルにおいても成り立たねばならない。その場合  
地球-大気系全体では放射収支が成り立っているため  $K_{\infty}^{\downarrow}(1-\alpha) = L_{\infty}^{\uparrow}$ なので、Paltridge (1975, 1978) および  
Paltridge and Platt (1976) の定義式eq. (4)のままだと、惑星と宇宙の間のエントロピー交換率は $E_0 = 0$ となって  
しまう。惑星と宇宙の間のエントロピー交換率が $E_0 = 0$ で、惑星内部におけるエントロピー生成率も $-E_0 = 0$ ならば

惑星は非平衡定常状態ではなく熱平衡状態に陥っていなければならない。Paltridge(1975, 1978)およびPaltridge and Platt(1976)は常に北極~南極間を地表面積が等しくなるように10分割した南北1次元地球-大気系モデルを用 いていたためにこの矛盾に気づかなかったかあえて無視したものと思料される。 この矛盾は、定義式 eq. (4)において、惑星と宇宙の間のエントロピー交換率  $\frac{d_e S}{dt} = E_0 \ E_0 = \sum_i \frac{K_{\infty,i} (1-\alpha_i) - L_{\infty,i}}{T_{earth-atmosphere,i}}$ と表記したことに起因する。太陽表面から真空の宇宙に射出されて地球大気上限に到達するまで太陽放射のエントロピーは変化していないので、地球-大気系に吸収される日射  $K_{\infty,i} (1-\alpha_i)$ のエントロピーは  $\frac{K_{\infty,i} (1-\alpha_i)}{T_{sun}}$ と表記されるべきである。従って、大気上限  $z = \infty \varepsilon$ 境界として、鉛直 1 次元地球-大気系モデルを設定すると、地球-大気系は正味の太陽放射  $K_{\infty} (1-\alpha)$  が持ち込むエントロピー  $\frac{K_{\infty} (1-\alpha)}{T_{sun}}$ を獲得し、地球放射  $L_{\infty}^{\uparrow}$  が持ち出すエントロピー

 $\frac{L_{\infty}^{\uparrow}}{T_{\text{earth-atmosphere}}}$ を放出するので、惑星と宇宙の間のエントロピー交換率 $\frac{d_e S}{dt}$ は、Paltridge (1975)が主張する

$$\frac{\mathrm{d}_{\mathrm{e}}S}{\mathrm{d}t} = \frac{K_{\infty}^{\downarrow}(1-\alpha) - L_{\infty}^{\uparrow}}{T_{\mathrm{earth-atmosphere}}} \qquad \cdots \mathrm{eq.} \ (8)$$

ではなく

$$\frac{d_e S}{dt} = \frac{K_{\infty}^{\downarrow}(1-\alpha)}{T_{sun}} - \frac{L_{\infty}^{\uparrow}}{T_{earth-atmosphere}} \qquad \cdots eq. (9)$$

と表されねばならない。このような指摘はGrassl (1981) により初めてなされた。

 $T_{sun} = 5778$ Kであるが、 $T_{earth-atmosphere}$ は、 $L_{\infty}^{\uparrow}$ の射出源が地表面、途中の大気層および雲からなるので決定が困難である。Paltridge(1975)は $T_{earth-atmosphere} = \sqrt[4]{\frac{L_{\infty}^{\uparrow}}{\sigma}}$ としており、Peixoto *et al.* (1991)は

 $\frac{L_{\infty}^{\uparrow}}{T_{\text{earth-atmosphere}}} = \frac{L_{\infty,\text{surf}}^{\uparrow}}{T_{\text{surf}}} + \frac{L_{\infty,\text{atmosphere}}^{\uparrow}}{T_{\text{atmosphere}}} + \frac{L_{\infty,\text{cloud}}^{\uparrow}}{T_{\text{cloud}}} としている。いずれにしても、大気上限で放射収支が成り立っ$ 

ているから $K_{\infty}^{\downarrow}(1-\alpha) = L_{\infty}^{\uparrow}$ であり、 $T_{sun} \gg T_{earth-atmosphere}$ なので、 $\frac{d_e S}{dt} = \frac{K_{\infty}^{\downarrow}(1-\alpha)}{T_{sun}} - \frac{L_{\infty}^{\uparrow}}{T_{earth-atmosphere}} < 0$ である。

Fraedrich and Lunkeit(2008)は、Ozawa *et al.*(2003)に基づいて、エントロピー生成率  $\frac{d_i S}{dt}$  を

$$\frac{d_{i}S}{dt} = F_{turb}\left(\frac{1}{T_{A}} - \frac{1}{T_{s}}\right) + F_{SWR,S}\left(\frac{1}{T_{s}} - \frac{1}{T_{sun}}\right) + F_{SWR,A}\left(\frac{1}{T_{A}} - \frac{1}{T_{sun}}\right) + F_{LWR}\left(\frac{1}{T_{A}} - \frac{1}{T_{s}}\right) \qquad \dots eq. (10)$$

と表記し直した。ここで、 $F_{turb}$ : 乱流フラックス(主として潜熱と顕熱のフラックス)、 $F_{SWR,S}$ : 地表面における太陽放射吸収量、 $F_{SWR,A}$ : 大気中における太陽放射吸収量、 $F_{LWR}$ : 長波放射による大気と地表面間の相互作用であり、  $T_A$ : 大気の有効温度、 $T_S$ : 地表面の有効温度である。第1項は地表面から大気への潜熱・顕熱の乱流輸送によるエントロピー生成率であり、地表面温度(射出温度)が気温(吸収温度)より高温であるほど大きくなる。第2項は地表面における太陽放射吸収によるエントロピー生成率であり、地表面温度(吸収温度)が低温であるほど大きくなる。 第3項は大気中における太陽放射吸収によるエントロピー生成率であり、気温(吸収温度)が低温であるほど大きくなる。 第3項は大気中における太陽放射吸収によるエントロピー生成率であり、気温(吸収温度)が低温であるほど大きくなる。 第4項は地表面から射出され大気に吸収される正味の長波放射によるエントロピー生成率であり、地表面温度 (射出温度)が気温(吸収温度)より高温であるほど大きくなる。上記4項が出現するのは地球-大気系の熱力学的非 平衡を緩和するためであるので、効率よく熱力学的平衡を達成するために上記4項の和は最大値をとるように地表面 温度や気温の分布が制御される、というのがエントロピー生成率最大(MEP)の仮説である。

 $\frac{\mathbf{d}_{\mathbf{e}}s}{\mathbf{d}t} = -\frac{\mathbf{d}_{\mathbf{i}}s}{\mathbf{d}t}$ であるから、エントロピー生成率最大(MEP)の仮説は、エントロピー交換率最小理論と同等である。 しかしながら、地球-大気系のエントロピー生成率  $\frac{\mathbf{d}_{\mathbf{i}}s}{\mathbf{d}t}$ を評価するためには、地球-大気系内に生じるすべての非可逆 過程により生じるエントロピー生成を正確に評価して積算する必要があり、極めて困難である。これに対して、地 球-大気系のエントロピー交換率  $\frac{\mathbf{d}_{\mathbf{e}}s}{\mathbf{d}t}$ を評価するためには、大気上限を通過する短波放射と長波放射のフラックスと その温度を評価するだけでよいので、相対的に容易である。よって、本研究は、地球と宇宙の間でのエントロピー交 換率を最小にするユニークな気温減率 γ を決定できるか否かについて検討する。

## Ⅲ. 疑似多方大気が宇宙と交換するエントロピー・フラックスを最小にする気温減率

#### Ⅲ.1 Brutsaert (1975) の疑似多方大気モデルが宇宙に放出するエントロピー・フラックス

光学的厚さがuの気層の射出率 $\epsilon(u)$ を $\epsilon(u) = Au^m$ と表現し、高度zにおける大気上限 $z = \infty$ からの水蒸気による光学的厚さ(深さ) $u_z$ を

$$u_z = \int_z^\infty \rho_w \frac{p}{p_0} dz \qquad (11)$$

で定義すると、灰色大気モデルでは、地球出放射 $L_{\infty}^{\uparrow}$ と地表面大気放射 $L_{0}^{\downarrow}$ は、それぞれ、

$$L_{\infty}^{\uparrow} = \left(1 - \epsilon(u_{\infty})\right) \sigma T_0^4 + \int_{\infty}^0 \sigma T^4 \frac{\partial \epsilon(u_z - u_{\infty})}{\partial z} dz, \qquad \dots \text{eq.}$$
(12)

と表せる。ここで、 $\rho_w$ :水蒸気密度、p:気圧、 $\sigma$ :ステファン・ボルツマン定数であり、 $p_0$ :地上気圧である。 Brutsaert (1975) は、気圧p、気温T、水蒸気密度 $\rho_w$ を、それぞれ、以下の指数関数

$$n = n_e e^{-\frac{g}{RT_0}z}$$
 ... eq. (14)

$$T = T_0 e^{-\frac{\gamma}{T_0} z}$$
 ... eq. (15)

$$\rho_{w} = \frac{0.622e_{0}}{RT_{0}}e^{-\left(5.8\times10^{3}\frac{\gamma}{T_{0}^{2}} - \frac{\gamma}{T_{0}} + 0.055\right)z} \qquad \dots \text{eq. (16)}$$

で近似した疑似多方大気モデルをeq. (13)に適用して、地表面における下向き大気長波放射フラックス密度  $L_0^{\downarrow}$ を表すBrutsaertの式

$$L_0^{\downarrow} = \sigma T_0^{-4} m A \left( \frac{0.622 e_0}{k_2 R T_0} \right)^m B \left( \frac{k_1}{k_2}, m \right)$$
 ... eq. (17)

を解析的に導いた。ここで、 $k_1 = \frac{4\gamma}{T_0} + k_2$ ,  $k_2 = \frac{g}{RT_0} + 5.8 \times 10^3 \frac{\gamma}{T_0^2} - \frac{\gamma}{T_0} + 0.055$  であり、R:乾燥空気の気体定数、 $B(\alpha, \beta)$ :ベータ関数である。

Brutsaert (1975)の疑似多方大気モデルの気圧鉛直分布eq. (14)は、等温大気の測高公式である。気温鉛直分布 eq. (15)は地表面における勾配が気温減率 γ と等しくなるように係数を調節された指数関数である。水蒸気密度の鉛 直分布eq. (16)は、山本 (1949) による水蒸気圧 e の鉛直分布の式

$$e = e_0 e^{-\left(5.8 \times 10^3 \frac{\gamma}{T_0^2} + 0.055\right)z} \qquad \cdots \text{eq. (18)}$$

を水蒸気の状態方程式 $e = \rho_w \frac{R}{\varepsilon} T$ に代入して得られる。ここで、 $\varepsilon$ :乾燥空気に対する水蒸気の密度比(=0.622)である。Brutsaert(1975)の大気モデルは対流圏中層以下では標準大気と良く一致するが、対流圏界面付近でやや高温で、成層圏中層以高では著しく低温である。

Brutsaert (1975) の大気モデルをeq. (12)に適用すると、大気上限からの出放射 $L_{\alpha}^{\uparrow}$ の式として、

$$\frac{L_{\infty}^{\dagger}}{\sigma T_0^{4}} = 1 - A \left(\frac{0.622e_0}{k_2 R T_0}\right)^m - \int_{\infty}^0 k_2 m A \left(\frac{0.622e_0}{k_2 R T_0}\right)^m e^{-\left(\frac{4\gamma}{T_0} + k_2 m\right)z} dz = 1 - \frac{1}{1 + \frac{T_0}{4\gamma} m k_2} A \left(\frac{0.622e_0}{k_2 R T_0}\right)^m \qquad \dots \text{eq.}$$
(19)

が導かれる。第1項~第2項は地表面起源の放射であり、第3項は途中高度の大気からの射出起源の放射である。積 分上限を0からzに代えた第3項

は、高度zより高層の大気層から宇宙に出てくる放射 $L_{\infty,z}^{}^{\uparrow}$ を意味するので、これをzで偏微分すれば、高度zに位置する層厚dzの薄気層から宇宙へ出てくる放射 $\delta L_{\infty,z}^{}^{\uparrow}$ を

と表すことができる。従って、高度zに位置する層厚dzの薄気層から宇宙へ放出されるエントロピーを

$$\delta S_{z}^{\uparrow} = \frac{\delta L_{\infty,z}^{\uparrow}}{T_{0}e^{-\frac{\gamma}{T_{0}}z}} = \sigma T_{0}^{3}k_{2}mA\left(\frac{0.622e_{0}}{k_{2}RT_{0}}\right)^{m}e^{-\left(\frac{4\gamma}{T_{0}}-\frac{\gamma}{T_{0}}+k_{2}m\right)z} \qquad \dots \text{eq.}$$
(22)

と表せるので、これを大気全層について積分し地表面から宇宙へ放出されるエントロピーを加えれば、大気全層から 宇宙へ放出される全エントロピーは

$$\frac{L_{\infty}^{\uparrow}}{T_{\text{earth-atmosphere}}} = \left\{ 1 - \frac{1}{1 + \frac{T_0}{3\gamma} k_2 m} A \left( \frac{0.622 e_0}{k_2 R T_0} \right)^m \right\} \sigma T_0^{-3} \qquad \cdots \text{eq.} \quad (23)$$

と表せる。 Paltridge (1975) 流に  $T_{\text{earth-atmosphere}} = \sqrt[4]{\frac{L_{\infty}^{\uparrow}}{\sigma}}$  と見做す場合には、大気全層から宇宙へ放出される全

$$\frac{L_{\infty}^{\uparrow}}{T_{\text{earth-atmosphere}}} = \left\{ 1 - \frac{1}{1 + \frac{T_0}{4\gamma} k_2 m} A \left( \frac{0.622 e_0}{k_2 R T_0} \right)^m \right\}^{\frac{3}{4}} \sigma T_0^{3} \coloneqq \left\{ 1 - \frac{1}{\frac{4}{3} + \frac{T_0}{3\gamma} k_2 m} A \left( \frac{0.622 e_0}{k_2 R T_0} \right)^m \right\} \sigma T_0^{3} \qquad \dots \text{eq. (24)}$$

と表現できる。 $T_{\text{earth-atmosphere}} = T_0$ と見做す場合には

$$\frac{L_{\infty}^{\uparrow}}{T_{\text{earth-atmosphere}}} = \left\{ 1 - \frac{1}{1 + \frac{T_0}{4\gamma} k_2 m} A \left( \frac{0.622 e_0}{k_2 R T_0} \right)^m \right\} \sigma T_0^{3} \qquad \cdots \text{eq.} \quad (25)$$

と表現できる。上記3式は極めて類似しており、
$$A\left(rac{0.622e_0}{k_2RT_0}
ight)^m$$
の係数の分母が若干異なるのみであり

$$\frac{L_{\infty}^{\uparrow}}{T_{\text{earth-atmosphere}}} = \left\{ 1 - \frac{1}{a + \frac{T_0}{b\gamma} k_2 m} A \left( \frac{0.622 e_0}{k_2 R T_0} \right)^m \right\} \sigma T_0^{-3} \qquad \cdots \text{eq.} (26)$$
と表現できる。ここで、 $a = 1 \text{ or } \frac{4}{3}, b = 3 \text{ or } 4 \text{ である}.$ 

#### Ⅲ.2 地球-大気系と宇宙との間のエントロピー交換率と気温減率の関係

大気全層から宇宙へ放出される全エントロピーがeq. (26)で表され、太陽から供給されるエントロピーが  $\frac{L_{\infty}^{\dagger}}{T_{sun}} = \frac{L_{\infty}^{\dagger}}{5778}$ なので、eq. (9)で定義される地球と宇宙の間におけるエントロピー交換率  $\frac{d_eS}{dt}$ は  $\frac{d_eS}{dt} = \frac{L_{\infty}^{\dagger}}{T_{sun}} - \frac{L_{\infty}^{\dagger}}{T_{earth-atmosphere}} = \frac{L_{\infty}^{\dagger}}{T_{sun}} - \left\{ 1 - \frac{1}{a + \frac{T_0}{b\gamma}k_2m} A \left( \frac{0.622e_0}{k_2RT_0} \right)^m \right\} \sigma T_0^{-3}$ ····eq. (27) となる。これは、明らかに、地球出放射  $L_{\infty}^{\dagger}$ 、太陽表面温度 $T_{sun}$ 、地上気温 $T_0$ 、地上水蒸気圧 $e_0$ 、および気温減率  $\gamma$ の関数である。地球と宇宙の間におけるエントロピー交換率  $\frac{d_eS}{dt}$ の値が最小になるように地球-大気系内の諸要素 が変化するとするのが、エントロピー交換率最小の法則である。上記の説明変数のうち、地球-大気系の温度構造を 決めているのは、気温減率  $\gamma$ である。

Paltridge (1975) が提唱する惑星と宇宙との間のエントロピー交換率最小の法則に従うと、 $\frac{L_{\infty}^{\uparrow}}{T_{sun}}$  は気温減率γに 関して独立なので、 $\frac{L_{\infty}^{\uparrow}}{T_{earth-atmosphere}}$  が最大にならねばならない。 $\frac{L_{\infty}^{\uparrow}}{T_{earth-atmosphere}}$  を最大にするγは $\frac{L_{\infty}^{\uparrow}}{T_{earth-atmosphere}}$ のγでの偏微分を0とするγである。ないしは

を満足するγが地球-大気系に実際に出現する気温減率γとなるはずである。

でなくてはならない。γ に対する偏微分を実行すると

$$\left\{a + \frac{1}{b\gamma}\left(\frac{g}{R} + 5.8 \times 10^3 \frac{\gamma}{T_0} - \gamma + 0.055T_0\right)m\right\}^{-2} \frac{m}{b\gamma^2}\left(\frac{g}{R} + 0.055T_0\right)\left(\frac{g}{R} + 5.8 \times 10^3 \frac{\gamma}{T_0} - \gamma + 0.055T_0\right)^{-m}$$

となる。両辺に  $\frac{1}{m} \left\{ a + \frac{1}{b\gamma} \left( \frac{g}{R} + 5.8 \times 10^3 \frac{\gamma}{T_0} - \gamma + 0.055T_0 \right) m \right\}^2 \left( \frac{g}{R} + 5.8 \times 10^3 \frac{\gamma}{T_0} - \gamma + 0.055T_0 \right)^m$ を掛けて 整理すると

$$\frac{1}{b\gamma^2} \left( \frac{g}{R} + 0.055T_0 \right) - \left\{ a \left( \frac{g}{R} + 5.8 \times 10^3 \frac{\gamma}{T_0} - \gamma + 0.055T_0 \right)^{-1} + \frac{m}{b\gamma} \right\} \left( 5.8 \times 10^3 \frac{1}{T_0} - 1 \right) = 0 \qquad \dots \text{eq. (31)}$$
が得られる。

## Ⅲ.3 地球が宇宙に放出するエントロピー・フラックスを最大にする気温減率

eq. (31)を
$$\gamma$$
について陽に解いて解析解を得ることは困難なので、本研究では、  
 $y_1 = \frac{1}{b\gamma^2} \left( \frac{g}{R} + 0.055T_0 \right)$  …eq. (32)

と

$$y_2 = \left\{ a \left( \frac{g}{R} + 5.8 \times 10^3 \frac{\gamma}{T_0} - \gamma + 0.055T_0 \right)^{-1} + \frac{m}{b\gamma} \right\} \left( 5.8 \times 10^3 \frac{1}{T_0} - 1 \right)$$
 ... eq. (33)

のグラフの交点から $\gamma$ の値を求める。 $y_1$ は気温減率の自乗 $\gamma^2$ に反比例する双曲線であり、気温減率 $\gamma$ の増加とともに急速に減少する。一方、 $y_2$ は

$$y_2 = \frac{a}{\gamma + \frac{g}{R} + 0.055T_0}{5.8 \times 10^3 \frac{1}{T_0} - 1} + \frac{m}{b\gamma} \left( 5.8 \times 10^3 \frac{1}{T_0} - 1 \right)$$
 ...eq. (34)

と変形でき、気温減率γに反比例する2つの双曲線の和であり、気温減率γの増加とともに $y_1$ に比べて緩慢に減少する。 eq. (23)~(25)の3種の地球出放射の有効温度を考慮するので、 $\left(a = \frac{4}{3}, b = 3\right)$ 、 $\left(a = 1, b = 3\right)$ 、 $\left(a = 1, b = 4\right)$ の組み合わせについて、非線形方程式の解を求める二分法(bisection method)を用いて交点のγの値を求める。

さらに、 $y_2$ の計算においてはmの値も必要である。mは光学的厚さuの気層の射出率 $\epsilon \epsilon \epsilon(u) = Au^m$ と表現した時の冪指数であるが、実験室における透過率・射出率測定の結果に基づいて、Brutsaert (1975) は $m = \frac{1}{7} = 0.143$ とし、中川・榧根 (1979) や中川 (1983) は $u \ge 0.1$ cmの場合m = 0.090, u < 0.1cmの場合m = 0.154としている。また、冪指数mはBrutsaert (1975) の式



図3 y1項(急激に減衰している太線)、y2項(緩慢に減衰している細線) のグラフの交点による気温減率 γの決定

$$L_0^{\downarrow} = \sigma T_0^{4} m A \left(\frac{0.622e_0}{k_2 R T_0}\right)^m B\left(\frac{k_1}{k_2}, m\right)$$

···eq. (35)

における  $\frac{e_0}{r_0}$ の冪指数であるから、地表面における下向き長波放射 $L_0^{\downarrow}$ 、地上気温 $T_0$ および地上水蒸気圧 $e_0$ の測定値 から統計的に求めることができる。Santos *et al.* (2011) がまとめたところでは、Sugita and Brutsaert (1993) が m = 0.0687、Duarte *et al.* (2006) がm = 0.131、Kruk *et al.* (2010) がm = 0.202、そしてSantos *et al.* (2011) 自 身がm = 0.0881を提唱している。最近では、AL-Lami *et al.* (2017) はイラクでの $L_0^{\downarrow}$ 観測値からeq. (33)の冪指数 mの値を統計的に決定して、m = 0.3009としている。実験室データも現場測定値も種々の誤差を含んでいるが、概ね  $m = it_0.090 \sim 0.300$ の範囲にあると判断されるので、本研究ではm = 0.3000場合とm = 0.0900の場合について計算する。

図3は $T_0$ =288Kの時の気温減率 $\gamma$ に対する $y_1 \ge y_2$ のグラフである。太実線が $y_1$ 項eq. (32)であり、b=3の場合 を赤、b=4の場合を緑表示している。細線が $y_2$ 項eq. (33)であり、a=1,b=3の場合赤、 $a = \frac{4}{3}$ ,b=3の場合紫、 a=1,b=4の場合緑表示とし、m=0.300の場合実線、m=0.090の場合破線としてある。図3より明らかに、 $\gamma$ が 小さい時には $y_1 > y_2$ で、 $\gamma$ が大きい時には $y_1 < y_2 \ge x_2$ るので、地球と宇宙の間におけるエントロピー交換率には気 温減率 $\gamma$ に対する依存性があり、a=1,b=3の場合、m=0.300の時は $\gamma$ =6.36K/kmで最小となり、m=0.090の時  $i\gamma$ =11.95K/kmで最小となる。 $a = \frac{4}{3}$ ,b=3の場合、m=0.300の時は $\gamma$ =5.88K/kmで最小となり、m=0.090の時は  $\gamma$ =10.19K/kmで最小となる。地球出放射のエントロピーの見積もり方や実験定数であるmに対して敏感で、気温減 率の具体的な値は5.88K/km~11.95K/kmとバラつきを見せるものの、多方大気と宇宙の間のエントロピー交換率が最 小となり、地球-大気系内でのエントロピー生成率が最大になるユニークな気温減率が存在し、かつ、その値は現実 の対流圏気温減率に近い値となり得ることが確認された。つまり、標準大気が一定の気温減率を持つのは、地球-大 気系と宇宙との間のエントロピー交換率を最小にするためにそのような鉛直気温分布が必要なためである可能性が示 唆された。

 $y_1$ 項も $y_2$ 項も地上気温依存性を有する。図4は、a = 1, b = 3, m = 0.300の場合において、地上気温 $T_0 = 278$ K



図4 a=1, b=3, m=0.300の場合における $\gamma \ge T_0$ の関係

(水色)、 $T_0$ =288K(赤色)、 $T_0$ =298K(紫色)とした時の $y_1$ 項(太実線)と $y_2$ 項(細破線)の交点の変位を示した ものである。 $y_1$ は比例定数が地上気温 $T_0$ に対して線形に増加するので、地上気温 $T_0$ が増加するにつれて上方に平行 移動する。このため、 $y_1$ 項は正の地上気温依存性を有する。これに対して、 $y_2$ は、地上気温 $T_0$ が増加するにつれて、 右辺第1項は $\gamma$ 方向への水平移動が小さくなり第2項は比例定数が小さくなるので下方にほぼ平行移動するが、そ の移動幅は $\gamma$ が大きくなるにつれて徐々に小さくなる。 $y_2$ 項は $y_1$ 項の正の地上気温依存性を上回る負の地上気温依 存性を有する。このため、 $y_1$ 項と $y_2$ 項の交点は地上気温 $T_0$ が増加するにつれて図の右側の気温減率 $\gamma$ が大きい領域に 移動し、その結果、エントロピー交換率を最小にする気温減率 $\gamma$ は地上気温が $T_0$ =278→288→298Kと上昇するにつ れて $\gamma$ =6.13→6.36→6.60K/kmと増加する。つまり、a, b, mの組み合わせにより具体的な交点の位置は変化するもの の、気温減率 $\gamma$ は正の地上気温依存性を有することが示唆される。

#### Ⅳ. 館野高層気象台の気温減率の実態との比較

疑似多方大気は地球-大気系と宇宙との間のエントロピー交換率を最小にするために特定の気温減率を有する可能 性が示唆され、その気温減率は正の地上気温依存性を有することが示唆された。本節では、我が国を代表する高層気 象観測所である館野高層気象台の高層気象観測結果との比較を試みる。

気象庁HPに1988年元旦以降毎日09時と21時のゾンデ観測結果(高度、気圧、気温、相対湿度)がアーカイブされている。同データには識別符が付されており、圏界面が明示されている。図5に館野における最近30年間の地上気温 $T_0$ (●)と気温減率 $\gamma$ (●)の時系列を示す。

図 5 横軸には1988/1/1 00:00~2018/1/1 00:00の間の時間 x が1900年からの暦年単位で目盛られており、 1988/1/1 09:00~2018/1/1 09:00の間の全有効データ21526個がプロットされている。●は09時と21時のみの地上 気温であるが、綺麗な年変化を繰り返しており、傾向直線は



図5 館野における地上気温(●)と気温減率(●)の時系列の比較

 $y = 3.57 \times 10^{-2}x + 10.1$  (R<sup>2</sup> = 0.00127) …eq. (36) となり、極めて決定係数が小さいものの3.57℃/100年という大きな上昇傾向を示している。「xとyの間には相関が無い」を帰無仮説とすると、自由度21524、相関係数0.0356なので、無相関検定統計量 $t_0$ は5.23となり、p値<0.001が得られ、0.1%有意水準で帰無仮説を棄却でき、両者には相関があると認められ、3.57℃/100年は有意なトレンドと判断される。

●は地上から第一圏界面高度までのすべての観測値を用いて求めた回帰直線の勾配として求めた気温減率であ る。回帰分析に用いたデータの数は、最大162個(2014/6/6 09:00)、最小12個(2007/2/2 09:00と2017/2/6 21:00)、 平均52.7個なので、自由度は大きくて地上や上層の逆転層の影響は小さい。気温減率の平均値は 5.92K/km(最大値 8.66K/km、2005/2/1 09:00;最小値2.46K/km、2004/1/22 21:00)で教科書等に記載されている 6.50K/kmより小さい。 また、6.50K/km近傍に臨界値が存在するようには見えない。地上気温と同期した綺麗な年変化が認められるとともに、 傾向直線は

 $y = -0.01 \times 10^{-2}x + 5.93$  (R<sup>2</sup> = 0.00000) …eq. (37) となり、-0.01K/km/100年の極めて小さい下降傾向を示しているものの決定係数はほぼ0である。eq. (36)と同様に 無相関検定を実施すると、厳密には決定係数は0.00000107なので相関係数は0.00103となり、無相関検定統計量 $t_0$  0.15、 p値 0.879 が得られ、90%有意水準でないと帰無仮説を棄却できないので、両者には相関がないと判断される。地上 気温が大きな上昇傾向を示しているにも係らず、圏界面気温減率には有意な長期傾向は見出せない状況である。

地上気温には明瞭な昇温傾向が認められるにも係らず、対流圏気温減率にはそれに対応する明瞭な経年変化傾向は 認められないものの、地上気温と対流圏気温減率は夏季に大きく冬季に小さい同期した綺麗な年変化を示している。 地上気温と気温減率の散布図を図6に示す。極めて特徴的な三角形ないしは扇形の散布域形態を示しており、地上気 温が30℃程度以上の高温の時には対流圏気温減率はほぼ6.50K/kmに収束するが、低温な時には様々な気温減率が出現 する。地上温度 x (℃)から対流圏気温減率 y (K/km) への回帰直線は







図7 館野における回帰直線の切片温度に対する気温減率の散布図

114

	日時	地上			圏 界 面			気温	データ	切片	切片温度
爭例 番号		高度	気圧	気温	高度	気圧	気温	減率	数	温度	- 地上気温
		m	hPa	°C	m	hPa	°C	K/km		°C	°C
1	2004/01/22 21:00	31	1001.3	0.7	15702	106.0	- 59.9	2.46	46	- 15.8	- 16.5
2	2005/02/01 09:00	31	987.1	2.8	5292	485.4	- 42.8	8.66	13	3.5	0.7
3	2004/07/21 09:00	31	1004.3	31.9	15062	130.7	- 69.7	6.59	66	31.8	- 0.1
4	2001/01/15 21:00	31	1012.1	- 4.3	8562	313.3	- 41.2	4.47	38	- 5.0	- 0.7
5	1996/08/15 09:00	31	989.1	29.0	15541	122.9	- 72.1	6.57	64	35.0	6.0
6	2013/10/16 09:00	26	974.7	16.0	16851	95.6	- 77.3	5.91	132	30.9	14.9

表1 特徴的な日の地上気象要素と圏界面気象要素および気温減率、切片温度等の一覧

 $y = 0.0197x + 5.65 \qquad (R^2 = 0.105)$ 

y = 0.0252x + 5.51

····eq. (38)

···eq. (39)

となり、平均的には気温減率には0.197K/km/10℃の正の地上気温依存性が認められるが、決定係数は約10%に留まる。 高温な時には気温減率はほぼ6.50K/kmに収束するが、低温な時には様々な気温減率が出現するように見える原因と して、地上付近の気温の日変化の影響があり得ると考えられるので、横軸を地上気温から地上から圏界面高度までの 高層資料から作成した回帰直線の切片温度に変更して作成した散布図を図7に示す。図6に比べて横軸の分布範囲が 上下に拡大され、地上気温では-5℃~30℃に分布していたプロットが、切片温度では-15℃~35℃の範囲に分布す るようになった。切片温度 x (℃) から対流圏気温減率 y (K/km) への回帰直線は

となり、気温減率γの地上気温依存性は0.252K/km/10℃と若干向上し、決定係数は約10%から約21%へ約2倍の増 加が認められた。

 $(R^2 = 0.209)$ 

図6と図7における特徴的な日の地上気象要素と圏界面気象要素および気温減率、切片温度等の一覧を表1にまと めた。

第1事例の2004/1/22 21:00では、館野高層気象台における1988年以降の有効な全高層観測結果において、気温減率、切片温度、および切片温度–地上気温の三者がすべて最小となる特異な結果が得られている。図8に2004/1/22 21:00における状態曲線と高度 z(m)から気温  $t(\mathbb{C})$ への回帰直線  $t = -2.46 \times 10^{-3} z - 15.8 を示す。冬季によく見られる温度プロファイルである。高度4644m~9365mに3段の安定層が存在しているが、単一の安定層と見做せないため、高度4644mは圏界面と判定されておらず、高度15702m以高の安定層が成層圏と判定されている。このため、地上~圏界面の回帰直線の勾配は1988年以降では最小の気温減率2.46K/kmを示す結果となった。3本の傾向直線で示せるように見える対流圏気温の鉛直分布を1本の回帰直線で示したため、地上付近は実際の気温分布から大きく下に逸れ、切片温度が大きく地上気温を下回る結果となった。$ 

第2事例の2005/2/1 09:00は、館野高層気象台における1988年以降の有効な全高層観測結果において、最大の気 温減率8.66K/kmを示す。図9に2005/2/1 09:00における状態曲線と回帰直線 $t = -8.66 \times 10^{-3}z + 3.5$ を示す。一見、 図8と類似の温度プロファイルで、高度5292m~12241mに2段の安定層が存在しているが、この場合には、高度 5292mが圏界面と判断されている。もし、高度5292mが圏界面と判断されなければ、第2圏界面とされた高度14985 mが第1圏界圏界面と判断されることになる。第1圏界面が「500hPa面以上の高さである面とそれより上2km以内 の面内の平均気温減率がすべて2.0K/kmを超えない面」と定義されているためにこの差異が生じている。地上~圏界 面の回帰直線は実際の状態曲線とよく一致している。

図6において寒候季に同じような地上気温の時に大小様々な気温減率が現出するように見える原因の一端は、圏界 面の定義により発生していると判断される。

第3事例の2004/7/21 09:00は、館野高層気象台における1988年以降の有効な全高層観測結果において、最大の地 上気温31.9℃が観測された時の処理結果である。気温減率は6.59K/kmと標準大気の気温減率に極めて近く、回帰直線 t = -6.59×10<sup>-3</sup>z+31.8の切片温度と地上気温の差は-0.1℃に過ぎない。

第4事例の2001/1/15 21:00は、館野高層気象台における1988年以降の有効な全高層観測結果において、最低の

115

地上気温 – 4.3℃が観測された時の処理結果である。気温減率は4.47K/kmと標準大気の気温減率に比べてかなり小さいが、回帰直線 $t = -4.47 \times 10^{-3}z - 5.0$ の切片温度と地上気温の差は、第3事例より若干大きいものの、-0.7℃に過ぎない。

第5事例の1996/8/15 09:00は、館野高層気象台における1988年以降の有効な全高層観測結果において、地上〜圏 界面の回帰直線が地上と交わる切片温度が最高の35.0℃を示した。気温減率は6.57K/kmと標準大気の気温減率に極め て近い。図10に1996/8/15 09:00における状態曲線と回帰直線 $t = -6.57 \times 10^{-3} z + 35.0$ を示す。夏季によく見られ る温度プロファイルである。高度561m〜1144mに上層逆転が形成されており、それ以高の状態曲線は極めて直線的



図8 2004/01/22 21:00における館野の気温鉛直分布。○は地上と第1 圏界面を示す。赤線は高度 z (m)から気温 t (℃)への回帰直線 t = -2.46×10<sup>-3</sup>z-15.8



図 9 2005/02/01 09:00における館野の気温鉛直分布。○は地上と第 1 圏界面を示す。赤線は高度 z (m)から気温 t (℃)への回帰直線 t = -8.66 × 10<sup>-3</sup>z+3.5



図10 1996/08/15 09:00における館野の気温鉛直分布。○は地上と第1 圏界面を示す。赤線は高度 z (m)から気温 t (℃)への回帰直線 t = -6.57×10<sup>-3</sup>z+35.0

である。この上層逆転は北太平洋高気圧下で高度1144m~15541mの対流圏全層が下降気流場となり形成された沈降 性逆転と判断される。この結果、顕著な下降気流が地上部まで至らないため、切片温度が地上気温より高温になった 可能性がある。日射により地上が加熱されて地上から混合層が発達してきて上層逆転上限にまで達すると、切片温度 と地上気温はほぼ等しくなると見込まれる。

第6事例の2013/10/16 09:00は、館野高層気象台における1988年以降の有効な全高層観測結果において、切片温度が実際の地上気温より最も大きく高温側に偏った事例である。気温減率は5.91K/kmと館野における平均気温減率 5.92K/kmにほぼ等しかったものの、地上気温16.0℃に対して地上~圏界面の回帰直線 $t = -5.91 \times 10^{-3} z + 30.9$ が地上 と交わる切片温度は30.9℃に達した。

これらの事実から、冬季の対流圏中層の安定層や夏季の対流圏下層の沈降性逆転および地上近傍の混合境界層の日 変化により対流圏気温減率の地上気温依存性にノイズが乗っていることが明白となった。長期間の平均をとるとこれ らのノイズがその影響を互いに打消しあって大気の鉛直構造が多方大気的になり、その気温減率は、宇宙とのエント ロピー交換率を最小にするように決定されていると推測される。

## V. おわりに

本研究は、先ず、地球-大気系が指数関数で近似される疑似多方大気と見做せる場合に、地球から宇宙に放出されるエントロピーを、

$$\frac{L_{\infty}^{\uparrow}}{T_{\text{earth-atmosphere}}} = \left\{ 1 - \frac{1}{a + \frac{T_0}{b\gamma} k_2 m} A \left( \frac{0.622 e_0}{k_2 R T_0} \right)^m \right\} \sigma T_0^{3} \qquad \cdots \text{eq.} \quad (40)$$

と表現できることを導き、地球から宇宙に放出されるエントロピーは、地上気温*T*<sub>0</sub>、地上水蒸気圧*e*<sub>0</sub>、および気温 減率γにより決定されることを示した。次に、この地球から宇宙に放出されるエントロピーの表現を用いて、

$$\frac{1}{b\gamma^2} \left(\frac{g}{R} + 0.055T_0\right) - \left\{ a \left(\frac{g}{R} + 5.8 \times 10^3 \frac{\gamma}{T_0} - \gamma + 0.055T_0\right)^{-1} + \frac{m}{b\gamma} \right\} \left( 5.8 \times 10^3 \frac{1}{T_0} - 1 \right) = 0 \qquad \dots \text{eq. (41)}$$

の関係を満足する気温減率γが地球と宇宙の間のエントロピー交換率を最小とすることを導き、具体的な気象条件下 において6.50K/km近傍の気温減率の値が得られることが示された。さらに、地球と宇宙の間のエントロピー交換率を 最小とする気温減率γは正の地上気温依存性を持つことも示された。 館野高層気象台の高層気象観測結果に基づいて1988年~2017年の対流圏気温減率を調査したところ、館野の気 温減率の平均値は5.92K/km(最大値8.66K/km,最小値2.46K/km)であり、周知の臨界気温減率6.50K/kmより小さく、 6.50K/km近傍に臨界値が存在するようには見えないものの、地上気温と同期した綺麗な年変化を示すことが明らかに された。気温減率の地上気温依存性を調査したところ、暖候季には比較的綺麗な地上気温依存性が認められるものの、 寒候季には明瞭な対応関係を認め難いことが明らかになった。寒候季に気温減率の地上気温依存性が低下するように 見える原因の一つとして、WMOの圏界面の定義に影響されて、高度5000m付近に出現する大規模な安定層下部を第 一圏界面とするか否かの判断が不安定であるためであることが思料された。

本研究は、地球-大気系の鉛直気温分布は必ずBrutsaert (1975)の大気モデルで示されるような疑似多方大気とな ると仮定して議論を行った。しかし、Brutsaert (1975)の大気モデルには成層圏が存在しないため、現実大気に比 べて上部成層圏以高は極めて低温である。このため、Brutsaert (1975)の大気モデルにより予測される地球出放射 は過小となり、雲を考慮すると温室効果はもっと大きくなる(中川, 1983)。さらに、東西平均した季節平均の対流 圏の鉛直気温分布は多方的ではなく、温位の鉛直分布に類似しているとする見解もある(Rennick, 1977)。従って、 現実大気の気温減率との比較を厳密に行うためには、多方大気を仮定することの是非、および成層圏、雲の効果等に 関する検討が重要な課題である。また、本研究では、実際の大気中の気温減率の地上気温依存性を、館野においての み検討した。館野で認められる特徴が普遍的なものであるか否かを明確にするためには、館野以外の高層気象官署の 観測結果についても検討する必要がある。この点も残された喫緊の課題である。

謝辞 本稿の骨子は、平成29年度の日本気象学会秋季大会および日本地理学会秋季学術大会で発表された。両学会に おける質疑の際に賜ったご教示・ご助言は本稿起草に大変役立った。匿名査読者から賜ったレフェリーコメントは原 稿改良の際に大変役立った。また、高層気象資料はすべて気象庁HPから取得させて頂いた。記して深謝の意を表し ます。

#### 引用文献

- AL-Lami, A. M., A. M. AL-Salihi and Y. K. AL-Timimi (2017) : Parameterization of the downward long wave radiation under clear-sky condition in Baghdad, *Iraq. Asian J. Appl. Sci.*, **10**, 10-17. doi : 10.3923/ajaps.2017.10.17
- Brutsaert, W. (1975) : On a derivable formula for long-wave radiation from clear skies. *Water Resour. Res.*, 11, 742-744. doi : 10.1029/WR011i005p00742
- Duarte, H. F., N. L. Dias and S. R. Maggiotto (2006) : Assessing daytime downward longwave radiation estimates for clear and cloudy skies in Southern Brazil. *Agri. Forest Meteor.*, **139**, 171–181.
- Essex, C. (1984) : Radiation and the irreversible thermodynamics of climate. J. Atmos. Sci., 41, 1985-1991.
- Fraedrich, K. and F. Lunkeit (2008) : Diagnosing the entropy budget of a climate model. *Tellus*, **60**A, 921-931. doi : 10.1111/j.1600-0870.2008.00338.x

岸保勘三郎・田中正之・時岡達志(1982):『大気の大循環』東京大学出版会, 256p.

- Goody,R. (2007) : Maximum entropy production in climate theory. J. Atmos. Sci., 64, 2735-2739. doi : 10.1175/JAS3967.1
- Grassl, H. (1981) : The climate at maximum entropy production by meridional atmospheric and oceanic heat fluxes. *Quart. J. R. Met. Soc.*, **107**, 153-166.

木村龍治(2017):対流圏の気温減率はなぜ6.5K/kmなのかーエネルギー収支からの考察.天気,64,147-156.

- Kruk, N. S., I. F. Vendrame, H. R. Rocha, S. C. Chou and O. Camral (2010) : Downward longwave radiation estimates for clear and all-sky conditions in the Sertãozinho region of São Paulo, Brazil. *Theor. Appl. Climatol.*, 99, 115–123.
- Lorenz, E. N. (1963) : Deterministic nonperiodic flow. J. Atmos. Sci., 20, 130-141.
- Manabe, S. and R. F. Strickler (1964) : Thermal equilibrium of the atmosphere with a convective adjustment. *J. Atmos. Sci.*, **21**, 361-385.
- 中川清隆(1983):地球出放射の地上気象要素によるパラメータ化について.金沢大学教育学部紀要自然科学編, 32, 85-97.

中川清隆・榧根 勇(1979):完全曇天時における大気放射の公式の理論的誘導.地理学評論, 52, 356-367.

- Ozawa, H. and A. Ohmura (1997) : Thermodynamics of a global-mean state of the atmosphere a state of maximum entropy increase. *J. Climate*, **10**, 441-445.
- Ozawa, H., A. Ohmura, R. D. Lorenz and T. Pujol (2003) : The second law of thermodynamics and the global climae

system : a review of the maximum entropy production principle. Rev. Geophys., 41, 1018. doi : 10.1029/2002RG000113

Paltridge, G. W. (1975) : Global dynamics and climate — a system of minimum entropy exchange. *Quart. J. R. Met. Soc.*, 101, 475-484.

Paltridge, G. W. (1978) : The steady-state format of global climate. Quart. J. R. Met. Soc., 104, 927-975.

Paltridge, G. W., G. D. Farqubar and M. Cuntz (2007) : Maximum entropy production, cloud feedback, and climate change. *Geophys. Res. Lett.*, **34**, L14708. doi : 10.1029/2007GL029925

- Paltridge, G. W. and C. M. R. Platt (1976) : *Radiative Processes in Meteorology and Climatology*. Elsevier Scientific Pub. Co., 318p.
- Peixoto, J. P., A. H. Oort, M. de Almedia and A. Tome (1991) : Entropy budget of the atmosphere. *J. Geophys. Res.*, 96, 10981-10988.
- Rennick, M. A. (1977) : The parameterization of tropospheric lapse rates in terms of surface temperature. J. Atmos. Sci., 34, 854-862.

Santos, C. C. D., B. B. D. Silva, T. V. R. Rao, P. Satyanurty and A. O. Manzi (2011) : Downward longwave radiation estimates for clear-sky over northeast Brazil. *Rev. Bras. Meteorol.*, **26**, 443-450.

- Sawada, Y. (1981) : A thermodynamic variational principle in nonlinear non-equilibrium phenomena. *Prog. Theor. Phys.*, **66**, 68-76.
- 正野重方(1942):多方大氣. 氣象集誌, 20, 215-226.
- 正野重方(1960):『気象力学』岩波書店, 284p.
- Sugita, M. and W. H. Brutsaert (1993) : Cloud effect in the estimation of instantaneous downward longwave radiation. *Water Resour. Res.*, **29**, 599–605.
- 杉本大一郎(1985):『エントロピー入門』中央公論社, 195 p.
- 時岡達志(2013): 大気のエネルギー収支と気温の鉛直構造. 吉崎正憲・野田 彰(編): 『地球環境の事典』朝倉書店, 378p., 42-43.
- 山本義一(1949): 大氣中に於ける水蒸氣の垂直分布. 氣象集誌, 27, 277-282.
- 吉崎正憲・森泉慎一・森田将矢・高咲良規(2015):対流圏における気温減率の鉛直プロファイル(1).日本気象学会大会講 演予稿集,107,310.

## The temperature lapse rate to minimize the total exchange rate of entropy between Earth and space, in the quasi-polytropic atmosphere approximated by exponential functions

NAKAGAWA Kiyotaka\* and WATARAI Yasushi\*

\* Faculty of Geo-environmental Science, Rissho University

### Abstract:

Although the temperature lapse rate is a fundamental characteristic of the atmosphere, it seems to be almost constant of 6.50K/km in the troposphere. The present paper investigates the possibility of the tropospheric lapse rate being determined by the law of minimum entropy exchange rate between Earth and space.

Paltridge (1975) has proposed that Earth-atmosphere system has adopted a configuration such as the entropy exchange rate between Earth and space is minimized. The present paper checked whether a unique value of the temperature lapse rate in a quasi-polytropic atmosphere was dependent on minimizing the entropy exchange rate between Earth and space. However, Paltridge (1975) regarded the entropy exchange rate  $\frac{d_e S}{dt}$  as  $\frac{K_{\infty}^{-1}(1-\alpha)-L_{\infty}^{\dagger}}{T_{earth-atmosphere}}$ . Since the temperature associated with the incoming solar radiation has to be the temperature of the photosphere of the Sun, the present paper has to split  $\frac{K_{\infty}^{-1}(1-\alpha)-L_{\infty}^{\dagger}}{T_{earth-atmosphere}}$  into  $\frac{K_{\infty}^{-1}(1-\alpha)}{T_{sun}} - \frac{L_{\infty}^{\dagger}}{T_{earth-atmosphere}}$ . Assuming that the emissivity of the air with optical thickness of u,  $\epsilon(u)$ , is expressed as  $\epsilon(u) = Au^m$ , and the exponential profiles of the atmospheric pressure, temperature and water vapor density, an expression of  $\frac{d_e S}{dt}$  is derived as  $\frac{d_e S}{dt} = \frac{L_{\infty}^{\dagger}}{T_{sun}} - \left\{1 - \frac{1}{\alpha + \frac{T_0}{b\gamma}k_2m}A\left(\frac{0.622e_0}{k_2RT_0}\right)^m\right\}\sigma T_0^3$ . The condition of temperature lapse rate  $\gamma$  for the minimum entropy exchange is  $\frac{\partial}{\partial \gamma}\left\{\frac{1}{a + \frac{T_0}{b_2}k_2m}A\left(\frac{0.622e_0}{k_2RT_0}\right)^m\right\} = 0$ , but it is difficult to solve the equation explicitly. Therefore,

the present paper solved the equation numerically with bisection method.

As a result, it was shown that, e.g. in the case of a=1, b=3 and m=0.300, the temperature lapse rates which minimize the entropy exchange rate between Earth and space are  $\gamma=6.13$ , 6.36 and 6.60K/km for  $T_0=278$ , 288 and 298K, respectively. In other words, there is a unique value of the temperature lapse rate in the quasi-polytropic atmosphere, which minimized the entropy exchange between Earth and space, and it depends on the surface air temperature. Investigating the tropospheric temperature based upon the upper air data of the Tateno aerological observatory from January 1988 to June 2017, it was clear that the temperature lapse rate varies annually in sync with the surface air temperature.

Key words: temperature lapse rate, quasi-polytropic atmosphere, minimum entropy exchange rate