Euler関数の導来対数関数$L(x)$の諸相

山　下　倫　範*　　宮　田　大　輔**　　藤　田　菜　摘***

キーワード：Euler関数　φの導来対数関数L，$\sum \frac{1}{f^s}$，$\varphi(x)=n$，$L\left(\overline{\varphi(x)}\right)$の評価

1　はじめに

Euler関数φの導来対数関数Lについて，我々はそのabc予想を提出している（[８]）．しかしながら，Lおよび根基数のL値に関しての諸性質の詳細がまだ不明のままであるため解決の糸口は見つかっていない．本論文では，Lに関する簡単な整数実験と共にその諸相一部を確認する．

2　$L(x)=n$の集合

2.1　$M(n)$の要素について

$M(n)=\{x\in\mathbb{N}|L(x)=n\}$，$m(n)=|M(n)|$，$m(0)=1$とし，この$m(n)$を求めよう．$x=\prod p_i^{e_i}$の素因数分解について，$L(x)=\sum e_i L(p_i)$であることから，$m(n)$を求めることは，$L(x)=n$の$n$を$L(p_i)$を基にした分割数問題となる．したがって，

$M_p(n)=\{x:\text{prime}\ |L(x)=n\}$，$c_n=|M_p(n)|$

としたとき，Euler による無限和と無限積の恒等式を真似れば次の恒等式が得られる．

$$\begin{aligned}\sum_{k=0}^{\infty} m(k)x^k &= \prod_p \frac{1}{1-x^{L(p)}}\\ &= \prod_{k=1}^{\infty}\prod_{i=1}^{c_k}\frac{1}{1-x^k}\\ &= \prod_{k=1}^{\infty}\frac{1}{(1-x^k)^{c_k}}\end{aligned}$$

c_nが具体的に求められれば，$m(n)$が求められる．

$n=N$までの$m(N)$までを求めるのであれば

$$\prod_{k=1}^{N}\frac{1}{(1-x^k)^{c_k}}$$

の計算でよい．

［９］，［10］では$n\leqq16$までしか求められていないので，$n\leqq23$でのc_n，m_nの計算結果（by Java）を（ただし，$n\leqq15$までを計算する）プログラムとともに表１に示す．$n\leqq23$までの結果を得るためのプログラムは，並列化やさまざまな最適化を施し求めたが，見通しが悪くまた本質的でもないので省略した．

このプログラムは，整数演算は$\mathcal{O}(1)$とし，$N=3^n$として，時間計算量$\mathcal{O}(N\log\log N)$，空間計算量$\mathcal{O}(N)$となる．

$n=23$のとき$N\fallingdotseq10^{11}$なので一般的なPCでは記憶領域が確保できない．一方，素朴な方法を使えば時間計算量$\mathcal{O}(N^{1.5})$，空間計算量$\mathcal{O}(1)$で$m(n)$を求めることができる．

$n=23$の結果を得る際には，このプログラムのアルゴリズムを使用して小さいnの結果をキャッシュし，大きいnについては素朴なアルゴリズムを使用している．この方法による時間計算量はやはり$\mathcal{O}(N^{1.5})$となる．

今回$n\leqq23$の結果を得るのに，Core i7-8700のCPUを用いてCPU時間573分（実時間54分）と２Gバイトの記憶領域を要し，$n=24$を計算するにはこの５倍以上の計算時間が必要となる．

表１．c_n，$m(n)$について

n	c_n	$m(n)$	n	c_n	$m(n)$
1	2	2	13	3884	46440
2	2	5	14	8362	106957
3	3	11	15	17837	245989
4	6	26	16	38977	566561
5	12	59	17	84188	1303968
6	23	137	18	183167	3002247
7	46	312	19	398685	6910122
8	94	719	20	874078	15909143
9	198	1651	21	1914563	36621627
10	424	3816	22	4208672	84308428
11	854	8757	23	9268875	194080801
12	1859	20202			

*　立正大学地球環境科学部
**　千葉商科大学商経学部
***（株）富士通マーケティング

＝＝計算プログラム＝＝

```
LIMIT= 15
N = 3 ＊＊LIMIT + 1
phi = [ i for i in range（N）]
for i in range（2， N）:
    if phi [ i ] == i :
        for j in range（ i ， N， i ）:
            phi [ j ] − = phi [ j ] // i

L = [ 0 ] ＊N
for i in range（2， N）:
    if i % 2 == 0 :
        L [ i ] = L [ phi [ i ] ] + 1
    else :
        L [ i ] = L [ phi [ i ] ]

c = [ 0 ] ＊（LIMIT + 1）
m = [ 0 ] ＊（LIMIT + 1）
for i in range（1， N）:
    x = L [ i ]
    if x <= LIMIT :
        m [ x ] + = 1
        if phi [ i ] == i − 1 :
            c [ x ] + = 1

print（"n , c_n , m（ n ）"）
for n in range（LIMIT + 1）:
    print（n , c [ n ]， m [ n ]， sep = ","）
```

以下，$M_p(9)$ までのリストを示しておこう．

$M_p(1)$ = {2，3}

$M_p(2)$ = {5，7}

$M_p(3)$ = {11，13，19}

$M_p(4)$ = {17，23，29，31，37，43}

$M_p(5)$ = {41，47，53，59，61，67，71，73，7，109，127，163}

$M_p(6)$ = {83，89，97，101，103，107，113，131，139，149，151，157，173，181，191，197，199，211，223，229，271，379，487}

$M_p(7)$ = {137，167，179，193，227，233，239，241，251，263，269，277，281，283，293，307，311，313，317，331，337，347，349，367，373，383，397，419，421，431，433，439，457，463，491，509，523，541，547，571，631，653，757，811，883，1459}

$M_p(8)$ = {257，353，359，389，401，409，443，449，461，467，479，499，503，521，557，563，569，577，587，593，599，601，607，613，617，619，643，647，659，661，673，677，683，691，701，709，727，733，739，743，751，761，787，797，827，829，839，859，859，863，877，907，911，919，937，947，967，983，991，1009，1019，1033，1039，1051，1063，1087，1091，1093，1103，1117，1171，1279，1291，1297，1303，1307，1373，1423，1471，1483，1549，1567，1597，1621，1627，1783，1949，1999，2053，2269，2287，2647，2917，3079}

$M_p(9)$ = {641，719，769，773，809，821，823，857，881，887，929，941，953，971，977，997，1013，1021，1031，1049，1061，1069，1109，1123，1129，1151，1153，1163，1181，1187，1193，1201，1213，1217，1223，1229，1231，1237，1249，1259，1277，1289，1301，1319，1321，1327，1367，1381，1399，1427，1429，1447，1451，1453，1481，1487，1489，1493，1499，1511，1523，1531，1559，1671，1579，1583，1597，1609，1613，1657，1663，1667，1669，1693，1699，1709，1721，1723，1733，1741，1747，1753，1759，1777，1787，1789，1801，1811，1823，1831，1847，1861，1867，1873，1877，1879，1901，1933，1851，1979，1987，2003，2011，2017，2019，2039，2083，2087，2089，2111，2129，2131，2143，2161，2179，2203，2207，2213，2221，2237，2239，2243，2251，2281，2293，2311，2341，2357，2371，2377，2383，2389，2399，2423，2437，2503，2521，2539，2549，2557，2591，2593，2609，2617，2677，2683，2699，2711，2719，2731，2749，2791，2843，2851，2887，2927，2971，3011，3049，3067，3109，3187，3253，3259，3271，3307，3319，3331，3511，3529，3533，3547，3557，3583，3613，3727，3823，3889，3907，3919，3943，4051，4159，4219，4447，4549，4663，4789，4861，4871，4903，5023，5347，5419，5869，6823，6967，8803}

2．2　$M_p(n)$の要素について

また，$M_p(n)$の要素qについては

$$\max_{q\in M_p(n)} q \leqq 2\cdot 3^{n-1}+1$$

が成立しているが，この不等式での等号は外せない．$2\cdot 3^{n-1}+1$が素数になる場合があるからである．ただし，$n \longrightarrow \infty$では，（実験では）素数になる確率は下がってゆくような振舞いを見せている．

因みに$n<5000$の範囲で$y(n)=2\cdot 3^{n-1}+1$が素数となるのは$n=1,2,3,5,6,7$，10，17，18，31，55，58，61，66，133，181，321，697，783，823，898，1253，1455，4218の24個だけである（by Maple & Python）．

$y(181)=$1523546 9609173278 4678579455
4412311235 0084960280 4790393448
0031314899 1427468606 6076039203

＝＝計算プログラム＝＝

```
def prime_test（ p ）:
  q = p − 1
  p2 = q // 2
  p3 = q // 3
  for a in range（2， p）:
      if pow（ a ， p2， p ）! = q :
          continue
      if pow（ a ， p3， p ）! = 1 :
          return a
  return − 1
c = 0
for n in range（3，5000）:
    if n % 4 == 0 :continue
    if n % 5 == 4 :continue
    if n % 6 == 2 :continue
    yn = 2 * 3 ** (n−1) + 1
    x = pow（2，yn− 1，yn）
    if x ! = 1 :continue
    root = prime_test（yn）
     c + = 1
    print（ c ， n ，root ）
```

この型の数については，既に，［11］では100万ほどまで調べられている（［11］）．そこでは，0，1，2，4，5，6，9，16，17，30，54，57，60，65，132，180，320，696，782，822，897，1252，1454，4217，5480，6225，7842，12096，13782，17720，43956，64822，82780，105106，152529，165896，191814，529680，1074726，1086112，1175232の41個と報告されている．我々の記法では，これらの数に＋1したものとなる．無限に存在していると予想されているが現在未解決であり，$\displaystyle\sum_{\substack{p=2\cdot3^n+1\\ p:\mathrm{prime}}}\frac{1}{p}$のorderについても求められていない．

2．3　$\sum 1/f^s$

数論的関数f(n)に対して，ゼータ関数$\zeta(s)$を変形した$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{f(n)^s}$なる関数を考えてみよう．

例えば，$f(n)=\varphi(n)$とすると

$$\begin{aligned}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\varphi(n)^s} &= \prod_p\left(1+\frac{1}{\varphi(p)^s}+\frac{1}{\varphi(p^2)^s}+\cdots\right)\\ &=\prod_p\left(1+\frac{1}{(p-1)^s}+\frac{1}{(p-1)^s(p^s}+\cdots\right)\\ &=\prod_p\left(1+\frac{1}{(p-1)^s}\left(1+p^{-s}+p^{-2s}+\cdots\right)\right)\\ &=\prod_p\left(1+\frac{1}{(p-1)^s(1-p^{-s}))}\right)\end{aligned}$$

であるが，具体的に計算してみると，この級数は

$$\begin{aligned}&\frac{1}{1^s}+\frac{1}{1^s}+\frac{1}{2^s}+\frac{1}{2^s}+\frac{1}{4^s}+\frac{1}{2^s}+\frac{1}{6^s}+\frac{1}{4^s}+\frac{1}{6^s}\\ &+\frac{1}{4^s}+\frac{1}{10^s}+\frac{1}{4^s}+\cdots\\ &=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{h(n)}{n^s}\end{aligned}$$

であり，Dirichlet 級数の特別な場合となる．しかも，この係数$h(n)$は次のような数となる．

$H(n)=\{x\,|\,\varphi(x)=n\}$，$h(n)=|H(n)|$

因みに，$n\geqq 3$なる奇数nについては$h(n)=0$は自明であるが，$p>3$なる素数pについて，$2p+1$が素数でない場合にも$h(2p)=0$である．

いま，φで考えたが，このφを一般の数論的関数$f(n)$（ただし，$f(n)\geqq 1$かつ$H(n)=\{x\,|\,f(x)=n\}$，$h(\mathrm{n})=|H(n)|<\infty$）で置き換えてもDirichlet 級数の特別な場合となるが，$f(n)$に対しての新しい情報をもたらす．

LについてのDirichlet 級数

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{L(n)}{n^s}$$

は，$L(x)$に関する不等式から

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{L(n)}{n^s}\sim -c\cdot\zeta'(s)\quad(\ \log_3 2\leqq c\leqq \log_2 3\ )$$

である．

3　$a+b=2^n$ でのL値

以下，自然数a，bについて $a+b=2^n$ とする．このとき

命題３．１． $L(a) \leqq n-1$，$L(b) \leqq n-1$ である．さらに$L(b) < 2^k$であれば，$L(b) \leqq k-1$ である．特に，$a > b$ であれば，$L(b) \leqq n-2$ である．

証明.

$L(a) \geqq n$ とすると，$a \geqq 2^n$ でなければならないが，これは$a < 2^n$ であることに矛盾する．$\therefore L(a) \leqq n-1$．$b$ についても同様．次に，$L(b) < 2^k b$ のとき，$L(b) \geqq k$ であるとすると，$b \geqq 2^k$でなければならないが，これはbの取り方に反する．$\therefore L(b) \leqq k-1$．また，$a > b$ であれば，$b < 2^{n-1}$であるので，$L(b) \leqq n-2$ である．**（証明終）**

$x = \prod_{j=1}^{s} p_j^{e_j}$ と素因数分解されているとき，$\omega(x) = s$ としよう．このとき，

命題３．２． $\omega(x) l \geqq 7$ であれば，

$$\omega(x) \leqq \frac{L(\overline{x})+13}{4}$$

である．

証明.

$\omega(x) \geqq 7$ なので，$M_p(1) = \{2, 3\}$，$M_p(2) = \{5, 7\}$，$M_p(3) = \{11, 13, 19\}$ の要素に注意すれば，

$$\begin{aligned} L(\overline{x}) &\geqq L(2)+L(3)+L(5)+L(7)+L(11) \\ &\quad +L(13)+L(19)+\cdots \\ &= 1+1+2+2+3+3+3+\cdots \\ &= 15+4(\omega(x)-7) = 4\omega(x)-13 \end{aligned}$$

$\therefore \omega(x) \leqq \frac{L(\overline{x})+13}{4}$ **（証明終）**

系３．３． $\omega(x) \geqq 13$であれば，

$$\omega(x) \leqq \frac{L(\overline{x})+26}{5}$$

である．

証明.

$\because$　$\omega(x) \geqq 13$なので，さらに$M_p(4) = \{17, 23, 29, 31, 37, 43\}$ の要素に注意すれば，

$$\begin{aligned} L(\overline{x}) &\geqq L(2)+L(3)+L(5)+L(7)+L(11) \\ &\quad +L(13)+L(19)+L(17)+L(23)+L(29) \\ &\quad +L(31)+L(37)+L(43)+\cdots \\ &= 1+1+2+\cdots+3+3+4+4+4+4+ \\ &\quad \cdots+ \geqq 39+5(\omega(x)-13) = 5\omega(x)-26 \end{aligned}$$

$\therefore \omega(x) \leqq \frac{L(\overline{x})+26}{5}$ **（証明終）**

3．1　2^n+y，3^n-z の L 値

命題３．４． y_1 を $1 \leqq y_1 < 2^n$として，$x_1 = 2^n + y_1$ を考えると，$L(x_1) \leqq n$ である．

証明.

$\because$　$L(x_1) > n$ とすれば，$x_1 \geqq 2^{n+1}$でなければならないが，これは$x_1 < 2^n + 2^n = 2^{n+1}$に反するからである．

次に，$1 \leqq y_2 < 2^n \cdot (2^2-1)$ として，$L(2^n + y_2)$ を考えてみよう．

命題３．５． $1 \leqq y_2 < 2^n \cdot (2^2-1)$ として，$x_2 = 2^n + y_2$ を考えると，$L(x_2) \leqq n+1$ である．

証明.

$\because$　$L(x_2) > n+1$ とすれば，$x_2 \geqq 2^{n+2}$でなければならないが，これは $x_2 < 2^n + 2^n \cdot (2^2-1) = 2^n(1+(2^2-1)) = 2^{n+2}$の矛盾を引き起こすからである．**（証明終）**

以上の考察から，次のことが主張できる．

定理３．６． $1 \leqq y_k < 2^n(2^k-1)$ として，$x_k = 2^n + y_k$ を考えると，$L(x_k) \leqq n+(k-1)$ である．

証明.

$\because$　$L(x_k) > n+(k-1)$ とすれば，$x_k \geqq 2^{n+k}$でなければならないが，これは $x_k < 2^n + 2^n \cdot (2^k-1) = 2^n(1+(2^k-1)) = 2^{n+k}$の矛盾を引き起こすからである．**（証明終）**

同様の議論を，$3^n - z$について試みよう．

命題３．７． z_1を$0 \leqq z_1 < 2 \cdot 3^{n-1}$として，$w_1 = 3^n - z_1$ を考えると，$L(w_1) \geqq n$ である．

証明.

$\because$　仮に$L(w_1) < n$ とすれば，$w_1 \leqq 3^{n-1}$でなければならないが，これは$w_1 > 3^n - 2 \cdot 3^{n-1} = 3^{n-1}$に矛盾．**（証明終）**

よって，一般的に次が主張できる．

定理３．８． z_k を $0 \leqq z_k < (3^k-1)3^{n-k}$として，$w_k = 3^n - z_k$ を考えると，$L(w_k) \geqq n-(k-1)$ である．

証明.

$\because$　仮に$L(w_k) < n-(k-1)$とすれば，$w_k \leqq 3^{n-k}$でなければならないが，これは$w_k > 3^n - (3^k-1) \cdot 3^{n-k} = 3^{n-k}$に矛盾．**（証明終）**

4　$\varphi(x)$，x の根基の L 値評価

自然数 x について，$\overline{x}$ で x の根基とすれば，$\varphi(x)$と

x の関係はこの根基を用いて次のように評価できる．いくつかの記号を準備しておこう．

- $\omega(x)$ で x の異なる素因子数
- x の素因子 p について$\varepsilon(p)$を$2^{\varepsilon(p)}||p-1$とする

定理４．１． 自然数 x が $\prod_{i=1}^{\omega(x)} p_i^{e_i}$ と素因数分解されるとき

$$L\left(\overline{\varphi(x)}\right) \leqq L(\overline{x}) + 1 - \sum_{i=1}^{\omega(x)} \varepsilon(p_i) + \sum_{e_i>1} L(p_i)$$

もしくは

$$L\left(\overline{\varphi(x)}\right) \leqq L(\overline{x}) + 1 - \sum_{i=1}^{\omega(x)} \varepsilon(p_i) + L\left(\overline{\left(\frac{x}{\overline{x}}\right)}\right)$$

が成立する．

証明.

$2^{\varepsilon(p_i)}||p_i-1$（以下，$\varepsilon(p_i)$を$\varepsilon_i$と表記する）より

$$\begin{aligned} L(p_i-1) &= L(2^{\varepsilon_i}) + L\left(\frac{p_i-1}{2^{\varepsilon_i}}\right) \\ &= \varepsilon_i + L\left(\frac{p_i-1}{2^{\varepsilon_i}}\right) \end{aligned}$$

このことから，$\overline{p_i-1} = 2 \cdot \overline{\frac{p_i-1}{2^{\varepsilon_i}}}$ に注意すれば

$$\begin{aligned} L\left(\overline{\frac{p_i-1}{2^{\varepsilon_i}}}\right) &\leqq L\left(\frac{p_i-1}{2^{\varepsilon_i}}\right) = L(p_i-1) - \varepsilon_i \\ &= L(p_i) - \varepsilon_i \end{aligned}$$

より，

$$\begin{aligned} L(\overline{p_i-1}) &= L(2) + L\left(\overline{\frac{p_i-1}{2^{\varepsilon_i}}}\right) \\ &\leqq 1 + L(p_i) - \varepsilon_i \end{aligned}$$

一方，

$$\varphi(x) = \prod_{i=1}^{\omega(x)} (p_i-1) \cdot \prod_{e_i>1} p_i^{e_i-1}$$

であるので，この L 値は

$$\begin{aligned} L(\overline{\varphi(x)}) &= L\left(\overline{\prod_{i=1}^{\omega(x)} (p_i-1) \cdot \prod_{e_i>1} p_i^{e_i-1}}\right) \\ &\leqq L\left(\overline{\prod_{i=1}^{\omega(x)} (p_i-1)}\right) + L\left(\overline{\prod_{e_i>1} p_i^{e_i-1}}\right) \end{aligned}$$

ここで，$\overline{\prod_{i=1}^{\omega(x)} (p_i-1)}$ については，素因数２が現れるが，これは唯一の $\overline{p_i-1}$ についてのみ採用されるものであることから（この採用されたp_i-1 については $i=1$ とする），$i>1$ については

$$L(\overline{p_i-1}) \leqq L(p_i) - \varepsilon_i$$

である．

よって，

$$\begin{aligned} L\left(\overline{\prod_{i=1}^{\omega(x)} (p_i-1)}\right) &\leqq 1 + \sum_{i=1}^{\omega(x)} (L(p_i) - \varepsilon(p_i)) \\ &= 1 + L(\overline{x}) - \sum_{i=1}^{\omega(x)} \end{aligned}$$

また，

$$\begin{aligned} L\left(\overline{\prod_{e_i>1} p_i^{e_i-1}}\right) &= L\left(\prod_{e_i>1} p_i^{e_i-1}\right) = L\left(\prod_{e_i>1} p_i\right) \\ &= \sum_{e_i>1} L(p_i) = L\left(\overline{\left(\frac{x}{\overline{x}}\right)}\right) \end{aligned}$$

以上により，**（証明終）**

この結果より，粗い評価ではあるが，以下の命題が系として得られる．自然数 x は $x = \prod_{i=1}^{\omega(x)} p_i^{e_i}$ と素因数分解されるとする．

命題４．２．

$$L\left(\overline{\varphi(x)}\right) \leqq L(\overline{x}) + 1 - \omega(x) + \sum_{e_i>1} L(p_i)$$

もしくは

$$L\left(\overline{\varphi(x)}\right) \leqq L(\overline{x}) + 1 - \omega(x) + L\left(\overline{\left(\frac{x}{\overline{x}}\right)}\right)$$

が成立する．

命題４．３．

$$L\left(\overline{\varphi(x)}\right) \leqq 2L(\overline{x})$$

が成立する．

また自明であるが，

命題４．４． x が根基数であることと，次の等式は同値である．

$$L\left(\overline{\varphi(x)}\right) = L(\overline{x}).$$

参考文献

［１］山下倫範，宮田大輔，藤田菜摘：計算メモ：Euler関数ϕの導来対数関数Ｌの諸性質，国際ICT利用研究研究会第５回講演論文集，国際ICT利用研究学会，第５回研究会，千葉商科大学，E-ISSN 2432-7956，2019.03.17

［２］M.Yamashita, D.Miyata, N.Fujita: The abc conjecture of the derived logarithmic functions of Euler's function and its computer verication, The Rissho International

Journal of Academic Research in Culture and Society, Vol.2, Rissho Univ., 275－291, 2019.3.

［３］山下倫範，宮田大輔，藤田菜摘：Euler関数の導来対数関数 $L(x)$ の abc 予想とその検証，地球環境研究第20号，2018.3，143－150

［４］宮田大輔，山下倫範：Euler関数導来対数的関数における abc－tripleの列挙，2015年度パーソナルコンピュータ利用技術学会第１回合同研究会「数理科学とコンピュータ」，パーソナルコンピュータ利用技術学会，立正大学，2016.3.18，JPCATS 研究報告「数理科学とコンピュータ」Vol.3　E-ISSN 2188-1685，23－24

［５］山下倫範，宮田大輔：$\varphi(a)+\varphi(b)=\varphi(c)$ の成立状況とEuler 関数導来対数関数の abc 予想，2016年度第１回国際ICT利用研究学会研究会講演論文集（OnLine edition: ISSN 2432-7956），国際ICT利用研究学会，立正大学品川キャンパス，S3－4，2017.3.12.

［６］宮田大輔－山下倫範，Euler関数導来対数的関数の abc－tripleの高速列挙アルゴリズム，国際ICT利用研究学会論文誌，第１巻第１号，国際ICT利用研究学会，111－116（2017.6.30）

［７］藤田菜摘，山下倫範，宮田大輔：山下－宮田予想における（１, b, c）－triple の列挙について，2017年度第２回国際ICT利用研究学会全国大会（IIARS）講演論文集（CD版），国際ICT利用研究学会，ユマニテク短大，2017.12.9，D2－5，192－196

［８］M.Yamashita, D.Miyata: On the abc conjecture for a derived logarithmic function of the Euler function, Proceedings of　1th CCATS2015 IEEE（International Conference on Computer Application & TechnologieS 2015），Session #7（9.2），Kunibiki Messe（Matsue），2015.8.31－9.2

［９］The On-Line Encyclopedia of Integer Sequences, A064674: Number of primes q such that phiter（q)=n where phiter（n)=A064415（n)，https://oeis.org/A064674

［10］The On-Line Encyclopedia of Integer Sequences, A064416:Number of integers q such that phiter（q)=n where phiter（n)= A064415（n)，https://oeis.org/A064416

［11］The On-Line Encyclopedia of Integer Sequences, A003306:Numbers n such that 2＊3^n+1 is prime, https://oeis.org/A003306

On various aspects of the derived logarithmic functions of Euler's function $L(x)$

YAMASHITA Michinori*, MIYATA Daisuke**, FUJITA Natsumi***

* Faculty of Geo-Environmental Science, Rissho University
** Faculty of Commerce and Economics, Chiba University of Commerce
*** Fujitsu Marketing Limited

resume:

We raised the abc conjecture of the derived logarithmic functions of Euler's function $L(x)$. However, no clear clues have been found as the details of the properties of L and L－values of radical numbers are still unknown. In this paper, we identify some of its various aspects, along with a simple computer verication on L.

Key words: Derived logarithmic function L of Euler's function φ, $\sum \frac{1}{f^s}$, $\varphi(x)=n$, Evaluation of $L\left(\overline{\varphi(x)}\right)$